Popuniti odmah!

**Ime i prezime:** ANTONIO MUŽANOVIĆ **Broj indeksa:** 17-2-0031-2010 65

**Datum:** 22.9.2011. **Vrijeme:** od do .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\,dx$. ~~15~~
2. Izračunati $\int x^2 \sin(x)\,dx$. 15
3. Nekom od metoda numeričke integracije (Simpsonova ili trapezna formula) približno odrediti vrijednost integrala:
$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x}\,dx$$
~~15~~
4. Istražiti ekstreme funkcije $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$. 20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu. Uvrstiti rješenje u jednadžbu i provjeriti zadovoljenje jednakosti. 20
$$x^2 + x^2 y + y^2 y' = 0$$
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = 2x\cos x$ oko točke $x_0 = \frac{\pi}{2}$. ~~15~~ 10

(2) $\int x^2 \sin(x)\,dx = \left\{\begin{array}{ll} u = x^2 & dv = \sin(x)dx \\ du = 2x\,dx & v = \int \sin(x)dx = -\cos x \end{array}\right\} = \underbrace{-x^2\cos x}_{\text{I}} - \underbrace{\int 2x\cdot(-\cos x)\,dx}_{\text{II}} =$

$= -x^2\cos x - (-2x\sin x - 2\cos x + C) = -x^2\cos x + 2x\sin x + 2\cos x - C$ // 15

$\text{II} = \int 2x\cdot(-\cos x)\,dx = \left\{\begin{array}{ll} u = 2x & dv = -\cos x\,dx \\ du = 2\,dx & v = -\int \cos x\,dx = -\sin x \end{array}\right\} = -2x\sin x - \int -2\sin x\,dx$

$= -2x\sin x + 2\int \sin x\,dx = -2x\sin x - 2\cos x + C$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{f^{(m)}(x_0)}{m!}(x-x_0)^m$$

(6.) PRVA 4 ČLANA $x_0 = \frac{\pi}{2}$

$f(x) = 2x\cos x \quad f(\frac{\pi}{2}) = \pi\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$f'(x) = 2\cos x - 2x\sin x \quad f'(\frac{\pi}{2}) = 2\cos\frac{\pi}{2} - 2\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2} = -\pi$

$f''(x) = -2\sin x - (2\sin x - 2x\cos x) = -2\sin x - 2\sin x + 2x\cos x = -4\sin x + 2x\cos x$ +, −

$f''(\frac{\pi}{2}) = -4\sin\frac{\pi}{2} + 2\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} = -4$

$f'''(x) = -4\cos x + (2\cos x - 2x\sin x) = -4\cos x + 2\cos x - 2x\sin x = -2\cos x - 2x\sin x$

$f'''(\frac{\pi}{2}) = -\pi$ //

$2x\cos x = 0 - \frac{\pi}{1!}(x-\frac{\pi}{2})^1 - \frac{4}{2!}(x-\frac{\pi}{2})^2 - \frac{\pi}{3!}(x-\frac{\pi}{2})^3 = 0 - \pi(x-\frac{\pi}{2}) - 2(x-\frac{\pi}{2})^2 - \frac{\pi}{6}(x-\frac{\pi}{2})^3$

$2x\cos x = -\pi(x-\frac{\pi}{2}) - 2(x-\frac{\pi}{2})^2 - \frac{\pi}{6}(x-\frac{\pi}{2})^3$ // +

10

Ime i prezime: ANTONIO MUŽANOVIĆ    Broj indeksa: 17-2-0031-2010

① $$\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\,dx = \underbrace{\int 1\,dx}_{I} + \underbrace{\int \frac{x+4}{x^2+x-2}}_{II} = x + 4\ln|x^2+x-2| - C$$

$x^2+x-2=u$

$2x+1=du$ } DOBITI U BROJNIKU

$$(x^2+2x+2) : (x^2+x-2) = 1 + \frac{x+4}{x^2+x-2}$$
$$\frac{-(x^2+x-2)}{x+4}$$

$$II = \int \frac{x+4}{x^2+x-2}\,dx = \int \frac{x+4-3+3+x-x}{x^2+x-2}\,dx = \int \frac{2x+1+3-x}{x^2+x-2}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2+x-2}\,dx + \int \frac{3-x}{x^2+x-2}\,dx$$

$x^2+x-2=u$

$du=(2x+1)dx$

$$= \int \frac{du}{u} + 3\int \frac{dx}{x^2+x-2} - \underbrace{\int \frac{x}{x^2+x-2}\,dx}_{III}$$
$$= \ln|u| + 3\ln|x^2+x-2| - III$$
$$= \ln|x^2+x-2| + 3\ln|x^2+x-2| - \int \frac{x}{x^2+x-2}\,dx$$
$$= 4\ln|x^2+x-2| - \int \frac{x}{x^2+x-2}\,dx = 4\ln|x^2+x-2| - C$$

$$\int \frac{x}{x^2+x-2}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x+1-1}{x^2+x-2}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x-2}\,dx - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{x^2+x-2}$$

$u=x^2+x-2$

$du=(2x+1)dx$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} - \frac{1}{2}\ln|x^2+x-2| =$$
$$= \frac{1}{2}\ln|x^2+x-2| - \frac{1}{2}\ln|x^2+x-2| + C = C$$

IME I PREZIME: ANTONIO MUŽANOVIĆ BROJ INDEKSA: 14-2-0031-2010

4. $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$

$\frac{\partial}{\partial x} = -3y + 2x$

$\frac{\partial}{\partial y} = 3y^2 - 3x$

$-3y + 2x = 0 \rightarrow -3y = -2x \rightarrow 3y = 2x \; /:2$

$\frac{3}{2}y = x$

$3y^2 - 3x = 0$

$3y^2 - 3\left(\frac{3}{2}y\right) = 0$

$3y^2 - \frac{9}{2}y = 0$

$y\left(3y - \frac{9}{2}\right) = 0$

$y_1 = 0$

$x_1 = 0$

$3y - \frac{9}{2} = 0$

$3y = \frac{9}{2} \; /:3$

$y_2 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

$x_2 = \frac{9}{4}$

$T_1(0,0)$

$T_2\left(\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$

$\partial xx = 2$

$\partial xy = -3$

$\partial yy = 6y$

$T_1(0,0)$

$A = 2$

$B = -3$

$C = 0$

$\Delta = AC - B^2 = 0 - 9 = -9$

$\Delta < 0 \rightarrow$ $T_1(0,0)$ JE SEDLASTA TOČKA FUNKCIJE ✓

$\partial xx = 2$

$\partial xy = -3$

$\partial yy = 6y \rightarrow$

$T_2\left(\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$

$A = 2$

$B = -3$

$C = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9$

$\Delta = AC - B^2 = 18 - 9 = 9$

$\Delta > 0$

$A > 0$

$T_2\left(\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$ JE LOKALNI MINIMUM FUNKCIJE ✓

20

IME I PREZIME: ANTONIO MUŽANOVIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0031-2010

5. $x^2+x^2y+y^2y'=0 \quad /:xy$

$\frac{x}{y}+x+\frac{yy'}{x}=0$

$\frac{yy'}{x}=-\frac{x}{y}-x \quad /\cdot x$

$yy'=-\frac{x^2}{y}-x^2$

$yy'=\frac{-x^2-yx^2}{y} \quad /\cdot y$

$y^2y'=-x^2-yx^2$

$y^2y'=-x^2(1-y)$

$\frac{y^2y'}{1-y}=-x^2$

$\frac{y^2\frac{dy}{dx}}{1-y}=-x^2$

$\frac{y^2dy}{dx(1-y)}=-x^2 \quad /\cdot dx$

$\frac{y^2dy}{1-y}=-x^2dx$

DRUGA STRANA

$\cancel{\int\frac{y^2}{1-y}dy=\left\{\begin{matrix} u=y^2 & dv=\frac{1}{1-y}dy \\ du=2ydy & v=\int\frac{1}{1-y}dy=\ln|1-y| \end{matrix}\right\}=y^2\ln|1-y|-\int 2y\ln|1-y|dy}$ $\cancel{\begin{matrix} u=\ln|1-y| & dv=2y \\ du=\frac{1}{1-y}dy & v=y^2\end{matrix}}$

$\cancel{=y^2\ln|1-y|-\left(\ln|1-y|y^2-\int\frac{1}{1-y}y^2dy\right)=}$

$\cancel{\int\frac{y^2}{1-y}dy=y^2\ln|1-y|-\left(\ln|1-y|y^2-\int\frac{y^2}{1-y}dy\right)=y^2\ln|1-y|-\ln|1-y|y^2=\int\frac{y^2}{1-y}dy}$

**Ime i prezime:** ANTONIO MUŽANOVIĆ **Broj indeksa:** 17-2-0031-2010

$$\int \frac{y^2\,dy}{1-y} = \int -y\,dy - \int 1\,dy + \int \frac{1}{1-y}\,dy = -\frac{y^2}{2} - y + \ln|1-y| + C$$

$$y^2 : (1-y) = -y - 1 + \frac{1}{1-y}$$

$$\begin{array}{l} -(y^2 - y) \\ \hline y \\ -(-1+y) \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{y^2\,dy}{1-y} = -x^2\,dx \quad / \int$$

20

$$-\frac{y^2}{2} - y + \ln|1-y| + C = -\frac{x^3}{3}$$

$$\frac{-y^2-2y}{2} + \ln|1-y| + C = -\frac{x^3}{3}$$

$$\frac{-y^2-2y}{2} + \ln|1-y| + C + \frac{x^3}{3} = 0$$

Popuniti odmah!

**Ime i prezime:** KRISTINA POŽARINA **Broj indeksa:** 17-2-0021-2010

55

Datum: 22.09.2011. Vrijeme: od 8:20 do 9:10 .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\,\mathrm{d}x.$ ~~15~~
2. Izračunati $\int x^2 \sin(x)\,\mathrm{d}x.$ 15
3. Nekom od metoda numeričke integracije (Simpsonova ili trapezna formula) približno odrediti vrijednost integrala:
$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x}\,\mathrm{d}x$$ 15
4. Istražiti ekstreme funkcije $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$. 20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu. Uvrstiti rješenje u jednadžbu i provjeriti zadovoljenje jednakosti. ~~20~~ 5
$$x^2 + x^2y + y^2y' = 0$$
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = 2x\cos x$ oko točke $x_0 = \frac{\pi}{2}$. 15

IME I PREZIME: KRISTINA POŽARINA BROJ INDEKSA:

1. $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\,dx = \left| \begin{array}{l} (x^2+2x+2):(x^2+x-2)=1 \\ \underline{-x^2 \pm x \mp 2} \\ \quad -x+4 \\ \quad x+4 \end{array} \right.$

$\times$

$\int \left(1+\frac{-x+4}{x^2+x-2}\right)dx = \int 1\,dx - \int \frac{x-4}{x^2+x-2}\,dx =$

$= x + I_1$

$I_1 = \int \frac{x-4}{x^2+x-2}dx = \underbrace{\int \frac{x}{x^2+x-2}dx}_{I_2} - \underbrace{\int \frac{4}{x^2+x-2}\,dx}_{I_3} =$

$= \frac{1}{2}\ln|x^2+x-2| - I_3$

$\times$

$I_2 = \int \frac{x}{x^2+x-2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x^2+x-2=t \\ (2x+1)dx=dt \end{array} \right|$

$I_2 = \frac{1}{2}\int \frac{(2(x+1)-1}{x^2+x-2}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t} = \frac{1}{2}\int \ln|t| = \frac{1}{2}\ln|x^2+x-2|$

$\times$

$I_2 = \frac{1}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x-2}dx - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{x^2+x-2}$

$= \frac{1}{2}\ln|x^2+x-2| - \frac{1}{2}\ldots$

$\emptyset$

**Ime i prezime:** KRISTINA POŽARWA **Broj indeksa:**

$$I_3 = \int \frac{4}{x^2 + x - 2}\, dx = ?$$

~~$I_3$: arc tan~~

**Ime i prezime:** KRISTINA POŽARINA **Broj indeksa:**

(2.) $\int x^2 \sin(x)\,dx = \left| \begin{array}{ll} x^2 = u & dv = \sin x\,dx \\ 2x\,dx = du & v = \int \sin x\,dx \\ & v = -\cos x \end{array} \right|$

$I = x^2 \cdot (-\cos x) - \int (-\cos x)\, 2x\,dx$

$I = -x^2 \cos x + 2 \underbrace{\int \cos x \cdot x\,dx}_{I_1}$

$I = -x^2 \cdot \cos x + 2(x \cdot \sin x + \cos x) + C$ ✓

15

$I_1 = \int \cos x \cdot x\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = u & dv = \cos x\,dx \\ dx = du & v = \int \cos x\,dx \\ & v = \sin x \end{array} \right.$

$I_1 = x \cdot \sin x - \int \sin x\,dx$

$I_1 = x \cdot \sin x + \cos x$

**IME I PREZIME:** KRISTINA POŽARINA **BROJ INDEKSA:**

4. $F(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$

$\frac{\partial F}{\partial x} = -3y + 2x$

$\frac{\partial F}{\partial y} = 3y^2 - 3x$

A $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 2$

C $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 6y = 6 \cdot \frac{3}{2}$

B $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -3$

$\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = -3$

$10\frac{1}{8}$

$T_1(0,0)$ SEDLASTA TOČKA

$1\frac{11}{16}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{9}{4}\right)^2 =$

$= \frac{27}{8} - \frac{81}{8} + \frac{81}{16} = -\frac{27}{16}$

$T_1(0,0)$
$A = 2 > 0$
$B = -3$
$C = 0$
$\Delta = 0 - 9 = -9 < 0$

$-3y + 2x = 0$
$3y^2 - 3x = 0$

$2x = 3y$
$3y^2 = 3x \,/ :3$
$y^2 = x$
$x = y^2$

$-3y + 2y^2 = 0$
$2y^2 - 3y = 0$
$y(2y - 3) = 0$

$2y = 3 \,/ :2$
$y = \frac{3}{2}$
$x = \frac{9}{4}$

$T_1(0,0)$

$T_2\left(\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$

$A = 2 > 0$
$B = -3$
$C = 9$

$\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2 = 2 \cdot 9 - (-3)^2 =$
$= 18 - 9 = 9$

$\Delta = 9 > 0$ LOKALNI MINIMUM

$MIN\left(\frac{9}{4}, \frac{3}{2}, -\frac{27}{16}\right)$

20

**Ime i prezime:** KRISTINA POŽARINA **Broj indeksa:**

(5.) $x^2 + x^2 y + y^2 y' = 0$

$$y^2 \frac{dy}{dx} = -x^2 y - x$$

$$y^2 \frac{dy}{dx} = -x^2(y+1) \quad / \cdot dx \quad / : (y+1)$$

$$\frac{y^2\, dy}{y+1} = -x^2\, dx \quad / \int$$

$$\int \frac{y^2}{y+1}\, dy = \int -x^2\, dx \checkmark$$

$$\frac{(y+1)^2}{2} = -\frac{x^3}{3} + C \quad \times$$

5

$$\int \frac{y^2}{y+1}\, dy = \left| \begin{array}{l} y+1 = t \\ dy = dt \end{array} \right.$$

$$\int \frac{t^2}{t}\, dt = \int t\, dt = \frac{t^2}{2} = \frac{(y+1)^2}{2}$$

**Ime i prezime:** KRISTINA POŽARINA **Broj indeksa:**

6. $f(x) = 2x \cos x \qquad x_0 = \frac{\pi}{2}$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2}$

$= 0$ ✓

$f'(x) = 2\cos x + 2x \cdot (-\sin x)$

$= 2\cos x - 2x \sin x$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\cos\frac{\pi}{2} - \cancel{2}\frac{\pi}{\cancel{2}} \sin\frac{\pi}{2}$

$= 2 \cdot 0 - \pi \cdot 1$

$= -\pi$ ✓

$f''(x) = -2\sin x - (2\sin x + 2x\cos x)$

$= -2\sin x - 2\sin x - 2x\cos x$

$= -4\sin x - 2x\cos x$

$f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4\sin\frac{\pi}{2} - \cancel{2}\frac{\pi}{\cancel{2}}\cos\frac{\pi}{2}$

$= -4 \cdot 1 - \pi \cdot 0$

$= -4$ ✓

$f'''(x) = -4\cos x - (2\cos x - 2x\sin x)$

$= -4\cos x - 2\cos x + 2x\sin x$

$= -6\cos x + 2x\sin x$ ✓

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -6 \cdot \cos\frac{\pi}{2} + \cancel{2}\frac{\pi}{\cancel{2}}\sin\frac{\pi}{2}$

$= -6 \cdot 0 + \pi \cdot 1$

$= \pi$ ✓

$y = 0 + \left(x - \frac{\pi}{2}\right)(-\pi) + \frac{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2}{2!}(-4) + \frac{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^3}{3!}\pi$ ✓

$y = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)(-\pi) + \frac{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2}{2 \cdot 1}(-\cancel{4}) + \frac{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^3}{3!}\pi$

$y = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)(-\pi) + \left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot (-2) + \frac{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^3}{3!} \cdot \pi$

15

Popuniti odmah!

**Ime i prezime:** LUKA KURILIĆ **Broj indeksa:** 58076 (10)

Datum: Vrijeme: od 09 15 do .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

| | Broj ↓ bodova |
|---|---|
| 1. Izračunati $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\,dx$. | ~~15~~ |
| 2. Izračunati $\int x^2 \sin(x)\,dx$. | ~~15~~ |
| 3. Nekom od metoda numeričke integracije (Simpsonova ili trapezna formula) približno odrediti vrijednost integrala: $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x}\,dx$ | 15 |
| 4. Istražiti ekstreme funkcije $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$. | ~~20~~ 10 |
| 5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu. Uvrstiti rješenje u jednadžbu i provjeriti zadovoljenje jednakosti. $$x^2 + x^2y + y^2y' = 0$$ | 20 |
| 6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = 2x\cos x$ oko točke $x_0 = \frac{\pi}{2}$. | 15 |

① $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}dx = \int \frac{x^2+x+x-2+4}{x^2+x-2}dx = \underbrace{\int \frac{x^2+x-2}{x^2+x-2}dx}_{I_1} + \underbrace{\int \frac{x+4}{x^2+x-2}dx}_{I_2}$ ✓

$I_1 = \int dx = x$ ✓

$I_2 = \int \frac{x+4}{x^2+x-2}dx = \int \frac{x+4}{x(x+1)-2}$ ?

$\int \frac{x+4}{x(x+1)-2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1} \Big/ x(x+1)-2$

$\int x+4 = A(x+1) + B(x-2)$

$\int x+4 = Ax + A + Bx - 2B$

$1 = A + B \Rightarrow -A = +B - 1 = A = -B+1$

$4 = A - 2B \Rightarrow 2B = A - 4 /:2$

$\boxed{B = \frac{A}{2} - 2}$

$\boxed{B = \frac{1}{2}A - 2} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}A + 2 + 1 /\cdot 2$

$2A = -1A + 4 + 2$

$3A = 4 + 2$

$3A = 6 /:3$

$\boxed{A = 2}$

$B = \frac{1}{2}\cdot 2 - 2$

$B = 1 - 2$

$\boxed{B = -1}$

$\boxed{\begin{matrix} A = 2 \\ B = -1 \end{matrix}}$

⇒

∅

IME I PREZIME: LUKA KURILIĆ BROJ INDEKSA: 58076

① Nastavak

$$\int \frac{2}{x-2}dx + \int \frac{-1}{x+1}dx = \int \frac{2}{x-2}dx - \frac{1}{2}\int x+1\,dx$$

$$= 2\int \frac{dx}{x-2} - \frac{1}{2}\int x+1\,dx \qquad \left[ \begin{array}{l} x-2=t \\ dx=dt \end{array} \right|'$$

$$= 2\int \frac{dt}{t} - \frac{1}{2}\int x+\cancel{dx}$$

$$= 2\ln(t) - \frac{1}{2}\int x+\cancel{1}\,dx$$

$$I_2 \quad \boxed{= 2\ln(x-2) - \frac{1}{2}x + C}$$

$$\overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2$$

$$\overline{I} = x + 2\ln(x-2) - \frac{1}{2}x + C$$

$$\boxed{\overline{I} = \frac{1}{2}x + 2\ln(x-2) + C}$$

IME I PREZIME: LUKA KURILIĆ BROJ INDEKSA: 58076

(2) $\int x^2 \sin(x)\,dx$

$u \cdot v - \int v\,du$

$x^2 = u \,/\,'$ $\quad v = \sin(x)\,dx$

$2x\,dx = du$ $\quad v = -\cos(x) + C$

$x^2 \cdot (-\cos(x)) - \int -(\cos x) \cdot 2x\,dx$

$I = -\cos(x)\,x^2 + \int 2x\,dx \cos x$

$I = -\cos(x)\,x^2 + 2\int x\,dx \cos x$

$I = -\cos(x)\,x^2 + 2\,\frac{x^2}{2} \cdot \sin x + C$

$I = -\cos(x)\,x^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1}\,x^2 \cdot \sin x + C$

$I = -\cos(x)\,x^2 + x^2 \cdot \sin x + C$

$\boxed{I = -\cos(x)\,2x^2 \sin x + C}$

$\emptyset$

VIDI POŽARINA

IME I PREZIME: LUKA KURKIĆ BROJ INDEKSA: 58076

(4) $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$

$z_x = -3y + 2x \Rightarrow -3y + 2x = 0$

$z_y = 3y^2 - 3x$

$2x = 3y \;/ :2$

$\boxed{x = \frac{3}{2}y}$

$T\left(\overset{x}{\frac{9}{4}}, \overset{y}{\frac{3}{2}}\right)$

$3y^2 - 3x = 0$

$3y^2 - 3\cdot\left(\frac{3}{2}y\right) = 0$

$x = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}$

$3y^2 - \frac{9}{2}y = 0$

$\boxed{x = \frac{9}{4}}$

$3y^2 = \frac{9}{2}y \;/ :y$

$3y = \frac{9}{2} \;/ 3$

$\boxed{y = \frac{3}{2}}$

$\boxed{y=0}$ $T_2(0,0)$

$A \to z_{xx} = 2$

$B \to z_{xy} = -3$

$C \to z_{yy} = 6$

$\Delta = AC - B^2$

$\Delta = 2\cdot 6 - (-3)^2$

$\Delta = 12 - 9$

$\boxed{\Delta = 3}$

Ima ekstreme

KAKAV?

~~$z_{MAX} = z_x T_x + z_y T_y - T_x^2 + T_x \cdot T_y - T_x^2$~~

~~$z_{MAX} = \frac{9}{4}, \frac{3}{4}$~~

~~$z_{MAX} = 2\cdot\frac{9}{4} + 6\cdot\frac{3}{2} - \left(\frac{9}{4}\right)^2 + \frac{9}{4}\cdot\frac{3}{2} - \left(\frac{3}{2}\right)^2$~~

~~$z_{MAX} = \frac{18}{4} + \frac{18}{2} - \frac{81}{16} + \frac{27}{8} - \frac{9}{4}$~~

~~$z_{MAX} = \frac{9}{2} + 9 - \frac{81}{16} + \frac{27}{8} - \frac{9}{4}$~~

10

$z_{MAX} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - 3\cdot\frac{9}{4}\cdot\frac{3}{2} + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = -\frac{27}{16} = \boxed{-1{,}68}$

~~$z_{MAX} = \frac{27}{8} - \frac{27}{4}\cdot\frac{3}{2} + \frac{81}{4}$~~

~~$z_{MAX} = \frac{27}{8} - \frac{81}{8} + \frac{81}{4} = \frac{27}{2} = 13{,}5$~~

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: FRANE JORDAN BROJ INDEKSA: 55161

$\varnothing$

DATUM: VRIJEME: OD DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\,\mathrm{d}x$. 15

2. Izračunati $\int x^2 \sin(x)\,\mathrm{d}x$. 15

3. Nekom od metoda numeričke integracije (Simpsonova ili trapezna formula) približno odrediti vrijednost integrala:
$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x}\,\mathrm{d}x$$
15

4. Istražiti ekstreme funkcije $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$. 20

5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu. Uvrstiti rješenje u jednadžbu i provjeriti zadovoljenje jednakosti. 20
$$x^2 + x^2y + y^2y' = 0$$

6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = 2x\cos x$ oko točke $x_0 = \frac{\pi}{2}$. 15

Popuniti odmah!

**IME I PREZIME:** MATE BALJAK **BROJ INDEKSA:** 57115

5

DATUM: VRIJEME: OD DO

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\,dx$. ~~15~~
2. Izračunati $\int x^2 \sin(x)\,dx$. ~~15~~
3. Nekom od metoda numeričke integracije (Simpsonova ili trapezna formula) približno odrediti vrijednost integrala:

$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x}\,dx$$

15

4. Istražiti ekstreme funkcije $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$. ~~20~~ 5
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu. Uvrstiti rješenje u jednadžbu i provjeriti zadovoljenje jednakosti. 20

$$x^2 + x^2y + y^2y' = 0$$

6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = 2x\cos x$ oko točke $x_0 = \frac{\pi}{2}$. 15

4.) $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$

$\frac{\partial f}{\partial x} = -3y + 2x = 0$ $\quad 2x = 3y$ $\quad x = \frac{3}{2}y$

$3y^2 - 3\left(\frac{3}{2}y\right) = 0$

$3y^2 - \frac{9}{2}y = 0$ ✓ $\quad \frac{9}{2} + \frac{8}{2}$

$\frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 - 3x = 0$

$3y - \sqrt{\frac{9}{2}}y = 0$ ✗ $\quad T_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

$\frac{9}{2}y$ MOŽDA I NIJE

$T_1 = (0,0)$

$T_2 =$

$\frac{\partial f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial f}{\partial y}(f(x)) = -3$ $\quad B = -3$

VIDI POŽARINA

$\frac{\partial^2 f}{\partial xx} = 2$ $\quad A = 2$

5

$\frac{\partial^2 f}{\partial yy} = 6y = 0$ $\quad C = -\frac{1}{6}$ ✗

Nema ekstrema funkcije

$\Delta = AC - B^2$

$= -\frac{2}{6} - 9$

**Ime i prezime:** MATE BALJAK **Broj indeksa:** 57115

2) $\int x^2 \sin(x)\, dx =$ 
$$\left| \begin{array}{ll} u = x^2 & dv = \sin x \\ du = 2x & v = \int \sin x \\ & v = -\cos dx \end{array} \right| \quad u \cdot v - \int v \cdot du$$

$= -x^2 \cos dx + \int \cos dx \cdot 2x$

$= -x^2 \cos dx + 2 \cdot \int \cos dx \cdot x$

$= -x^2 \cos dx - \left( \sin x \cdot \frac{2x^2}{2} \right)$ X

$= -x^2 \cos dx - \sin x \cdot x^2$

0

1.) $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\, dx = \int \frac{x^2+x+x+2}{x^2+x-2}\, dx = \int \frac{x^2+x-2+2x+2}{x^2+x-2}\, dx$ X

$= \int \left( \frac{x^2+x-2}{x^2+x-2} + \frac{x+4}{x^2+x-2} \right) dx = \int 1 \cdot dx + \int \frac{x+4}{x^2+x-2}\, dx = \int \frac{x+4}{x^2+x-2}\, dx =$

$= x + \int \frac{x+4}{x^2+x-2}\, dx$

$\frac{x+4}{(x-1)(x+2)}\, dx = \int \frac{A}{x-1} + \int \frac{B}{x+2}$

DALJE ...

$x^2 + x - 2$

$x^2 - x + 2x - 2$

$x(x-1) + 2(x-1)$

$(x-1) \quad (x+2)$

0

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: JURICA GOLEM BROJ INDEKSA:

DATUM: VRIJEME: OD DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

0

| | Broj ↓ bodova |
|---|---|
| 1. Izračunati $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2+x-2}\,\mathrm{d}x$. | 15 |
| 2. Izračunati $\int x^2\sin(x)\,\mathrm{d}x$. | 15 |
| 3. Nekom od metoda numeričke integracije (Simpsonova ili trapezna formula) približno odrediti vrijednost integrala: $$\int\limits_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x}\,\mathrm{d}x$$ | 15 |
| 4. Istražiti ekstreme funkcije $f(x,y) = y^3 - 3xy + x^2$. | 20 |
| 5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu. Uvrstiti rješenje u jednadžbu i provjeriti zadovoljenje jednakosti. $$x^2 + x^2y + y^2y' = 0$$ | 20 |
| 6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = 2x\cos x$ oko točke $x_0 = \frac{\pi}{2}$. | 15 |