Popuniti odmah!
Ime i prezime: Ziko Kolega **Broj indeksa:** 55849

Datum: 22.09.2011. Vrijeme: od do .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

40

	Broj ↓ bodova
1. Izračunati $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}}$.	~~15~~
2. Izračunati $\int_{-1}^{0} 3x\,e^{x+1}\,dx$.	~~15~~ 5
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y)=\frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y)=x^3-3xy+y^2$.	20
5. Pronaći opće rješenje problema: $y'+xy^2+x=0$.	20
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x)=e^{x^2}$ oko točke $x_0=0$.	15

4. $f(x,y)=x^3-3xy+y^2$ $\qquad D_{f(x,y)}=\mathbb{R}\cdot\mathbb{R}=\mathbb{R}^2$ ✓

$f'(x,y)_x=3x^2-3y$

$f'(x,y)_y=-3x+2y$

$3x^2-3y=0$ $\qquad -3x+2y=0$ $\qquad 2x-3=0$

$3x^2=3y\,/:3$ $\qquad -3x+2x^2=0$ $\qquad 2x=3$

$x^2=y$ $\qquad 2x^2-3x=0$ $\qquad x_2=\frac{3}{2}$

$x(2x-3)=0$ $\qquad y_2=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

$x_1=0$

$y_1=x^2=0$

$A(0,0)$ ✓

$B\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$ ✓

20

$f''(x,y)_{xx}=6x$ $\qquad f''(x,y)_{xy}=-3$

$f''(x,y)_{yx}=-3$ $\qquad f''(x,y)_{yy}=2$

$H_A=\begin{vmatrix}6x & -3\\ -3 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}6\cdot 0 & -3\\ -3 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & -3\\ -3 & 2\end{vmatrix}=0-(-3\cdot -3)=0-9=-9<0$ U TOČKI A NIJE EKSTREM ✓

$H_B=\begin{vmatrix}6x & -3\\ -3 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}6\cdot\frac{3}{2} & -3\\ -3 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}9 & -3\\ -3 & 2\end{vmatrix}=9\cdot 2-(-3\cdot -3)=18-9=9>0$ TOČKA B JE EKSTREM

$9>0$ min

$B\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$ min ✓

Ime i prezime: Živko Kolega **Broj indeksa:** 55849

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}} = \left| \begin{array}{c} 4x^2+6x+3=t \,/' \\ (8x+6)dx = dt \\ dx = \frac{dt}{8x+6} \end{array} \right| = \int \frac{\frac{dt}{8x+6}}{\sqrt{t}} = \int \frac{dt}{8x+6} \cdot t^{-\frac{1}{2}} dt = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \cdot \int \frac{dt}{8x+6} =$

2. $\int_{-1}^{0} 3x e^{x+1} dx = \left| \begin{array}{cc} 3x=u & v'=e^{x+1} \\ 3dx=du & v=\int e^t dt \\ & v=e^t \end{array} \middle| \begin{array}{c} x+1=t \\ dx=dt \end{array} \right| = \boxed{\int u \cdot v' dx = u \cdot v - \int v \cdot du}$

$= \left(3x \cdot e^t - \int e^t \, 3\, dx\right)\Big|_{-1}^{0} = \left(3x \cdot e^t - 3\int e^t dx\right)\Big|_{-1}^{0} = \left(3x \cdot e^t - 3 e^t \cdot 3x\right)\Big|_{-1}^{0}$

$= \left(3xe^t - 9xe^t\right)\Big|_{-1}^{0} = \left(-6xe^t\right)\Big|_{-1}^{0} = \left(-6xe^{x+1}\right)\Big|_{-1}^{0} = \left(-6 \cdot 0 \cdot e^{0+1}\right) - \left(-6 \cdot (-1) \cdot e^{-1+1}\right)$

$= 0 - (6e^0)$

$= 0 - (6 \cdot 1) = 0 - 6 = -6$

5

IME I PREZIME: Riko Kolega BROJ INDEKSA: 55849

6. $f(x) = e^{x^2}$ $\quad x_0 = 0$

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \frac{f^{IV}(x_0)}{4!}(x-x_0)^4 + \dots$$

$f(x_0) = e^{0^2} = e^0 = 1$ ✓

$f'(x) = e^{x^2} \cdot (x^2)' = e^{x^2} \cdot 2x$

$f'(0) = 1 \cdot 0 = 0$ ✓

$(e^{x^2} \cdot 2)' = e^{x^2} \cdot 2x \cdot 2 + e^{x^2} \cdot 0$

$= e^{x^2} \cdot 4x$

$f''(x) = e^{x^2} \cdot 2x \cdot 2x + e^{x^2} \cdot 2$

$= e^{x^2} \cdot 4x^2 + 2e^{x^2}$ ✓

$f''(0) = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2$ ✓

$f'''(x) = e^{x^2} \cdot 2x \cdot 4x^2 + e^{x^2} \cdot 8x + e^{x^2} \cdot 4x$

$= e^{x^2} \cdot 8x^3 + e^{x^2} \cdot 8x + e^{x^2} \cdot 4x$

$f'''(0) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0$

$f^{IV}(x) = e^{x^2} \cdot 2x \cdot 8x^3 + e^{x^2} \cdot 24x^2 + e^{x^2} \cdot 2x \cdot 8x + e^{x^2} \cdot 8 + e^{x^2} \cdot 2x \cdot 4x + e^{x^2} \cdot 4$

$= e^{x^2} \cdot 16x^4 + e^{x^2} \cdot 24x^2 + e^{x^2} \cdot 16x^2 + 8e^{x^2} + e^{x^2} \cdot 8x^2 + 4e^{x^2}$

$f^{IV}(0) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 4 \cdot 1$

$= 8 + 4 = 12$

$f(x) = 1 + 0 + \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}(x-0)^2 + 0 + \frac{\cancel{12}\,1}{\cancel{24}\,2}(x-0)^4 + \dots$ ✓

$= 1 + x^2 + \frac{1}{2}x^4 + \dots$ ✓

15

Popuniti odmah!

Ime i prezime: IVAN LONIĆ **Broj indeksa:** 57104

Datum: Vrijeme: od do

43

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}}$. ~~15~~
2. Izračunati $\int_{-1}^{0} 3x\,e^{x+1}\,dx$. ~~15~~ 8
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y)=\frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y)=x^3-3xy+y^2$. 20
5. Pronaći opće rješenje problema: $y'+xy^2+x=0$. 20
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x)=e^{x^2}$ oko točke $x_0=0$. 15

4. $f(x,y)=x^3-3xy+y^2$

U T_1 NEMA EKSTREMA ZATO ŠTO JE $\Delta<0$

U T_2 IMA MINIMUM I IZNOSI $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{-27}{16}\right)$

$\partial_x f = 3x^2-3y$

$\partial_{xx} f = 6x$

$\partial_{xy} f = -3$

$\partial_y f = -3x+2y$

$\partial_{yy} f = 2$

$\partial_{yx} f = -3$

$\partial_x f = 0$

$\partial_y f = 0$

$3x^2-3y=0 \,/\cdot 2$

$-3x+2y=0 \,/\cdot 3$

$6x^2-6y=0$

$-9x+6y=0$

$6x^2-9x=0$

$x(6x-9)=0$

$x_1=0$

$6x-9=0$

$6x=9$

$x=\frac{9}{6}$

$x_2=\frac{3}{2}$

$3\cdot 0^2-3y=0$

$-3y=0$

$y_1=0$

$3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2-3y=0$

$3\cdot\frac{9}{4}-3y=0$

$\frac{27}{4}-3y=0$

$-3y=-\frac{27}{4} \,/\cdot(-1)$

$3y=\frac{27}{4}$

$y=\frac{\frac{27}{4}}{\frac{3}{1}}$

$y_2=\frac{9}{4}$

20

$T_1(0,0)$

$T_2\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$

$A=|\partial_{xx} f|=6x=6\cdot\frac{3}{2}=9>0$ FUNKCIJA IMA MIN

$\Delta=\begin{vmatrix}\partial_{xx} f & \partial_{xy} f\\ \partial_{yx} f & \partial_{yy} f\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}6x & -3\\ -3 & 2\end{vmatrix}=12x-9=12\cdot\frac{3}{2}-9=9$

$\left(\frac{3}{2}\right)^3-3\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{9}{4}+\left(\frac{9}{4}\right)^2=\frac{27}{8}-\frac{81}{8}+\frac{81}{16}=\frac{54-162+81}{16}=\frac{-27}{16}$

Ime i prezime: IVAN LONIĆ   Broj indeksa: 57105

$(4x^2+6x+9)-9)+3+3$

$(2x+3)^2+$

$4x^2+6x+9$

$-9+3$

$-(3+1)^2 \quad \left(\frac{6}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{36}{3} = 12$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(4x^2+6x+9)-9+3}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(2x+3)^2-\left(\frac{6}{\sqrt{3}}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{2\cdot\frac{6}{\sqrt{3}}} \ln\left|\frac{(2x+3)-\frac{6}{\sqrt{3}}}{(2x+3)+\frac{6}{\sqrt{3}}}\right| = \frac{\sqrt{3}}{12} \ln\left|\frac{2x+3-\frac{6}{\sqrt{3}}}{2x+3+\frac{6}{\sqrt{3}}}\right| + C$$

IME I PREZIME: IVAN LONIĆ   BROJ INDEKSA: 57104

2. $\int_{-1}^{0} 3x e^{x+1} dx = \left[\begin{matrix} 3x=u \\ 3dx=du \end{matrix} \quad \begin{matrix} dv=e^{x+1}dx \\ v=\int e^{x+1}dx \\ v=\int e^t dt \\ v=e^t \quad v=e^{x+1} \end{matrix} \quad \begin{matrix} x+1=t \\ dx=dt \end{matrix} \right]$

$3x \cdot e^{x+1} - \int e^{x+1} \cdot 3 dx$

$3x \cdot e^{x+1} - 3\int e^{x+1} = 3xe^{x+1} - 3e^{x+1} \Big|_{-1}^{0}$ ✓

8

$\int_{-1}^{0} 3xe^{x+1} - 3e^{x+1} dx$ ✗

$\int_{-1}^{0} 3xe^{x+1} dx - \int_{-1}^{0} 3e^{x+1} dx$

$3\int xe^{x+1} dx - 3\int e^{x+1} dx = \left[\begin{matrix} x=u \\ dx=du \end{matrix} \quad \begin{matrix} dv=e^{x+1}dx \\ v=\int e^{x+1}dx \\ v=e^{x+1} \end{matrix} \right]$

$3 \cdot (x \cdot e^{x+1}) - \int e^{x+1} dx - 3\int e^{x+1} dx$

$3xe^{x+1} - e^{x+1} - 3e^{x+1} \Big|_{-1}^{0}$

$3 \cdot 0 e^{0+1} - e^{0+1} - 3e^{0+1} - (3 \cdot (-1) e^{-1+1} - e^{-1+1} - 3e^{-1+1})$

$-e^1 - 3e^1 - (-3e^0 - e^0 - 3e^0)$

$-e^1 - 3e^1 + 3e^0 + e^0 + 3e^0 = -4e^{-1} + 7e^0$

$= -1{,}47 + 7 = 5{,}53$

IME I PREZIME: IVAN LONIĆ BROJ INDEKSA: 57105

6) $f(x)=e^{x^2}$ $x_0=0$

$f(x_0)=e^{0^2}=1$

$f'(x)=e^{x^2}\cdot 2x=2xe^{x^2}$

$f'(x_0)=e^{0^2}\cdot 2\cdot(0)=0$

$f''(x)=2e^{x^2}+e^{x^2}\cdot 2x\cdot 2x=2e^{x^2}+4x^2e^{x^2}$

$f''(x_0)=2e^{0^2}+4\cdot 0^2e^{0^2}=2$

$f'''(x)=2e^{x^2}\cdot 2x+8xe^{x^2}+e^{x^2}\cdot 2x\cdot 4x^2=4xe^{x^2}+8xe^{x^2}+8x^3e^{x^2}$

$f'''(x_0)=4\cdot 0\cdot e^{0^2}+8\cdot 0\cdot e^{0^2}+8\cdot 0^3e^{0^2}=0$

$f^{IV}(x)=4e^{x^2}+e^{x^2}\cdot 2x\cdot 4x+8e^{x^2}+e^{x^2}\cdot 2x\cdot 8x+24x^2e^{x^2}+e^{x^2}\cdot 2x\cdot 8x^3$

$f^{IV}(x)=4e^{x^2}+8x^2e^{x^2}+8e^{x^2}+16x^2e^{x^2}+24x^2e^{x^2}+16x^4e^{x^2}$

$f^{IV}(x)=12e^{x^2}+48x^2e^{x^2}+16x^4e^{x^2}$

$f^{IV}(x_0)=12\cdot e^{0^2}+48\cdot 0^2e^{0^2}+16\cdot 0^4e^{0^2}=12$

$f(x)=f(x_0)+\frac{(x-x_0)}{1!}f'(x_0)+\frac{(x-x_0)^2}{2!}f''(x_0)+\frac{(x-x_0)^3}{3!}f'''(x_0)+\frac{(x-x_0)^4}{4!}f^{IV}(x_0)$

$f(x)=1+\cancel{\frac{(x-0)}{1}\cdot 0}+\frac{(x-0)^2}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}+\cancel{\frac{(x-0)^3}{6}\cdot 0}+\frac{(x-0)^4}{\cancel{24}_{12}}\cdot\cancel{12}$

12 ×

2

$f(x)=1+(x-0)^2+\frac{(x-0)^4}{12}$

×

$f(x)=1+x^2+\frac{(x-0)^4}{12}$

×

~~14~~

15

ODREĐENA SU PRVA 4 ČLANA

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: DUJE KRALJEV BROJ INDEKSA: 17-2-0015-2010 26

DATUM: VRIJEME: OD DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4x^2+6x+3}}$. ~~15~~

2. Izračunati $\int_{-1}^{0} 3x\,\mathrm{e}^{x+1}\,\mathrm{d}x$. ~~15~~ 8

3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y)=\frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15

4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y)=x^3-3xy+y^2$. ~~20~~ 10

5. Pronaći opće rješenje problema: $y'+xy^2+x=0$. ~~20~~

6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x)=e^{x^2}$ oko točke $x_0=0$. ~~15~~ 8

IME I PREZIME: DUJO KRALJEV

BROJ INDEKSA: 17-1-0015-2010

1) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}} =$

5) $y' + xy^2 + x = 0$

separacija

$\frac{dy}{dx} = -xy^2 - x$

$\frac{dy}{dx} = -x(y^2+1) \Big/ \cdot dx$

$\frac{dy}{y^2+1} = -x\,dx \quad \cdot \int$

$\int \frac{dy}{y^2+1} = -\int x\,dx$

$\ln|y^2+1| = -\frac{x^2}{2} + C$

$y^2+1 = e^{-\frac{x^2}{2}+C}$

$y^2 = e^{-\frac{x^2}{2}+C} - 1$

$\emptyset$

IME I PREZIME: DUJE KRALJEV BROJ INDEKSA: 17-2-0015-2010

2) $$\int_{-1}^{0} 3xe^{x+1}dx = \left(x \cdot 3e^{x+1} - 3e^{x+1}\right)\Big|_{-1}^{0}$$

$$= \left(-1 \cdot 3e^{-1+1} - 3e^{-1+1} - \left(0 \cdot 3e^{0+1} - 3e^{0+1}\right)\right) = -3 - 3 - 0 + 3 = -3$$

$$\int 3xe^{x+1}dx = \begin{bmatrix} x = u & dv = 3e^{x+1}dx \\ dx = du & v = \int 3e^{x+1}dx \ \begin{bmatrix} x+1=t \\ 1dx = dt \end{bmatrix} \\ & v = 3\int e^{t}dt \\ & v = 3e^{t} \\ & v = 3e^{x+1} \end{bmatrix}$$

$$= u \cdot v - \int v \cdot du = x \cdot 3e^{x+1} - \int 3e^{x+1} \cdot dx$$

$$= x \cdot 3e^{x+1} - 3\int e^{x+1}dx = x \cdot 3e^{x+1} - 3e^{x+1}$$ ✓

ODREĐENI INTEGRAL? 8

Ime i prezime: DUJE KRALJEV **Broj indeksa:** 17-2-0015-2010

1) $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$

$Df(x,y) = \mathbb{R}^2$

$\partial_x f = 3x^2 - 3y$

$\partial_{xx} f = 6x$

$\partial_{xy} f = -3$

$\partial_y f = -3x + 2y$

$\partial_{yy} f = 2$

$\partial_x f = 0$

$\partial_y f = 0$

$3x^2 - 3y = 0$

$-3x + 2y = 0 \Rightarrow 2y = -3x \,/ : 2$

$y = -\frac{3}{2}x$

$3x^2 - 3\left(-\frac{3}{2}x\right) = 0$

$3x^2 + \frac{9}{2}x = 0 \,/ : 2$

$6x^2 + 9x = 0$

$x(6x + 9) = 0$

$x_1 = 0$

$6x + 9 = 0$

$6x = -9 \,/ : 6$

$x_2 = -\frac{3}{2}$

$y_1 = -\frac{3}{2} \cdot 0$

$y_1 = 0$

$y_2 = -\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$

$y_2 = \frac{9}{4}$

$T_1(0, 0)$

$T_2\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$

10

$T_1(0, 0)$

$A = \partial_{xx} f = 6x = 6 \cdot 0 = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \partial_{xx} f & \partial_{xy} f \\ \partial_{yx} f & \partial_{yy} f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 0 - 9 = -9$$

$A = 0$

$\Delta < 0$

sedlasta točka

IME I PREZIME: DUJE KRALJEV BROJ INDEKSA: 17-2-0025-2010

$T_2\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$

$A = \partial_{xx}f = 6x = 6\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) = -9$

$\Delta = \begin{vmatrix} \partial_{xx}f & \partial_{xy}f \\ \partial_{yx}f & \partial_{yy}f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -9 & -3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = -18 - 9 = -27$

$A<0$
funkcija nema ekstrema
$\Delta<0$

b) $f(x) = e^{x^2}$ $x_0 = 0$

$f(x_0) = e^{x^2} = e^{0^2} = 1$ ✓

$f'(x) = e^{x^2}\cdot 2x$, $f'(x_0) = e^{0^2}\cdot 2\cdot 0 = 0$ ✓

$f''(x) = e^{x^2}\cdot 2x\cdot 2x + e^{x^2}\cdot 2 = e^{x^2}\cdot 4x + 2e^{x^2}$, $f''(x_0) = e^{0^2}\cdot 4\cdot 0 + 2e^{0^2} = 2$

x

$f'''(x) = e^{x^2}\cdot 2x\cdot 4x + e^{x^2}\cdot 4 + 2e^{x^2}\cdot 2x = e^{x^2}\cdot 8x^2 + 4e^{x^2} + 2e^{x^2}\cdot 2x$

$f'''(x_0) = e^{0^2}\cdot 8\cdot 0^2 + 4e^{0^2} + 2\cdot e^{0^2}\cdot 2\cdot 0 = 4$

$f(x) = \cancel{f(x_0)}(x-x_0)\cdot f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(x-x_0)^3}{3!}\cdot f'''(x_0) + \dots$

$f(x) = 1 + (x-0)\cdot 0 + \frac{(x-0)^2}{2}\cdot 2 + \frac{(x-0)^3}{6}\cdot 4 + \dots$

$f(x) = 1 + \frac{(x-0)^2}{\cancel{2}_1}\cdot\cancel{2}^1 + \frac{(x-0)^3}{\cancel{6}_3}\cdot\cancel{4}^2 + \dots$

$f(x) = 1 + x^2 + \frac{x^3}{3}\cdot 2 + \dots$

8

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: ANĐELA SMOLIĆ BROJ INDEKSA: 57293 30

DATUM: VRIJEME: OD DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

	Broj ↓ bodova
1. Izračunati $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}}$.	~~15~~
2. Izračunati $\int_{-1}^{0} 3x\,e^{x+1}\,dx$.	~~15~~
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	~~15~~ 10
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$.	20
5. Pronaći opće rješenje problema: $y' + xy^2 + x = 0$.	~~20~~
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = e^{x^2}$ oko točke $x_0 = 0$.	~~15~~

3. $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ $D_f = \{f : (x,y) = x \neq 0,\ y \neq 0\}$ KODOMENA

$\frac{x^2}{y} = C$ $y = C \cdot x^2$

$C = -1$ $y = -x^2$

$C = 0$ $y = x$

$C = 1$ $y = x^2$

$C = 2$ $y = \frac{x^2}{2}$

$C = 4$ $y = \frac{x^2}{4}$

$\to y = \frac{x^2}{C}$

$y = -x^2$

x	-1	0	1	2
y	1	0	1	4

$y = x^2$

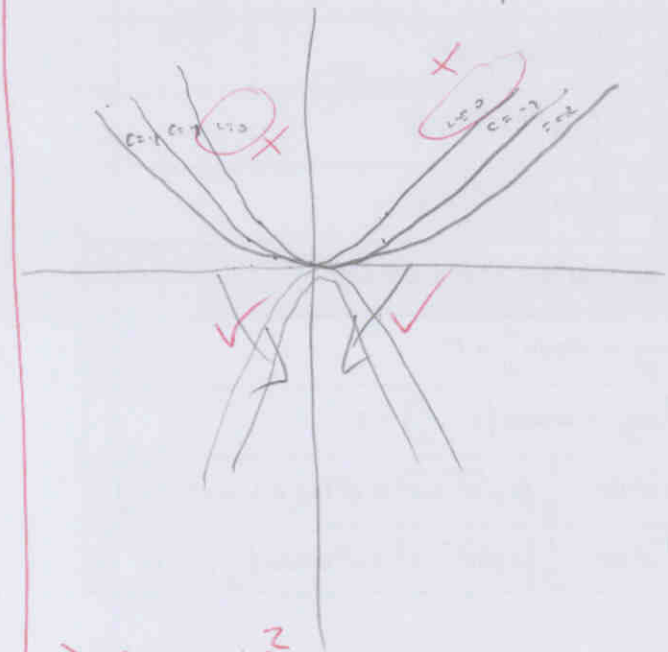
x	-1	0	1	2
y	1	0	1	4

$y = \frac{x^2}{2}$

x	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

$y = \frac{x^2}{4}$

x	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$



LIMES NE POSTOJI JER SE U TOČKI T(0,0) SIJEKU RAZLIČITE RAZINSKE KRIVULJE

VIDI MILETIĆ

10

IME I PREZIME: ANĐELA SMOLIĆ BROJ INDEKSA: 57283

1. $$\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}} = \left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{4x^2+6x+3} \\ dt = dx \end{array} \right\}$$

$$= \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = t^{-\frac{1}{2}} = 2\left(\sqrt{4x^2+6x+3}\right) + C$$

2. $$\int_{-1}^{0} 3x\, e^{x+1}\, dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = 3x & dv = e^{x+1} \\ du = 3dx & v = \int e^{x+1} \\ dx = \frac{du}{3} & v = e^{x+1} \end{array} \right.$$

$u \cdot v - \int du \cdot v$

$$3x \cdot e^{x+1} \Big|_{}^{0} - \int e^{x+1} \cdot 3x$$

ponovo integrirati

$$\left\{ \begin{array}{ll} u = 3x & dv = e^{x+1} \\ du = 3dx & du = e^{x+1} \\ dx = \frac{du}{3} & \end{array} \right\} = 3x\, e^{x+1} - \int e^{x+1} \cdot 3x$$

$$= 3x e^{x+1} + 3x e^{x+1} - \int e^{x+1} \cdot 3x$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} t = 3x e^{x+1} \\ dt = 3dx \\ dx = \frac{dt}{3} \end{array} \right\} =$$

$$3x e^{x+1} + 3x e^{x+1} - \int t \cdot dt$$

$$= e^{x+1} \cdot 3\frac{x^2}{2} = e^{x+1} \cdot \frac{3}{2} x^2$$

$$3x e^{x+1} + 3x e^{x+1} + e^{x+1} \cdot \frac{3}{2} x^2$$

$$= 3 \cdot (0+1) e^{(0+1+1)} + e^{(0+1+1)} \cdot \frac{3}{2}\left(0^2 - (-1)^2\right) =$$

$$= 3e^2 + e^2 \cdot -\frac{3}{2} = 3e^2 + \frac{3}{2}e^2 + C$$

VIDI KRAJ JEV

IME I PREZIME: ANĐELA SMOLIĆ BROJ INDEKSA: 57283

4. $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$

$D_f(x,y) = \{ \mathbb{R} \times \mathbb{R} \}$

$f_x = 3x^2 - 3y$

$f_y = 2y - 3x$

$2y - 3x = 0$

$2y = 3x \,/\cdot \frac{1}{2}$

$y = \frac{3}{2}x$

$3x^2 - 3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)x = 0$

$3x^2 - \frac{9}{2}x = 0 \,/\cdot 2$

$6x^2 - 9x = 0$

$3x(2x - 3) = 0$

$3x = 0 \qquad 2x - 3 = 0$

$x_1 = 0 \qquad 2x = 3 \,/\cdot\frac{1}{2}$

$y = \frac{3}{2}\cdot 0 = 0 \qquad x = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{9}{4}$

20

$T_1(0,0) \quad T_2\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$

$f_{xx}\ A = 6x \qquad T(0,0) \quad 6\cdot 0 = 0$

$B = f_{xy} = -3 \qquad = -3 \qquad \Delta AC - B^2 = 0\cdot 2 - (-3)^2 = 0 - 9 = -9$

$C = f_{yy} = 2 \qquad = 2$

SEDLASTA TOČKA

$T_2\left(\frac{3}{2}\ \frac{9}{4}\right) \quad \cancel{6}^{3}\cdot\frac{3}{\cancel{2}} = 9 > 0$ EKSTREM

$= -3$

$= 2$

$\Delta AC - B^2 = 9\cdot 2 - (-3)^2 = 18 - 9 = 9$

u TOČKI $T_2\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$ postoji min ekstrem.

IME I PREZIME: ANĐELA SMOLIĆ BROJ INDEKSA: 57283

5.

$$y' + xy^2 + x = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -x - xy^2 \quad / \cdot dx$$

$$dy = -x - xy^2 \, dx \quad / : xy^2 \quad \int$$

$$dy \, xy^2 = -x \, dx \, / \int$$

$$\int \frac{y}{xy^2} \, dy = \int -x \, dx$$

$$\arctan y = \frac{-x^2}{2} + C$$

$\cancel{0}$

IME I PREZIME: ANĐELA SMOLIĆ BROJ INDEKSA: 57283

6. $f(x) = e^{x^2} \quad x_0 = 0$

$f(0) = e^{0^2} = 1$ ✓

$f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x = 2x e^{x^2}$ ✓

$f'(0) = 2 \cdot 0 e^{0^2} = 0$ ✓

$f''(x) = 2e^{x^2} + 2xe^{x^2} \cdot 2x = 2e^{x^2} + 4x e^{x^2}$

$f''(0) = 2 \cdot e^{0^2} + 4 \cdot 0 e^{0^2} = 2$ ✓

$f'''(x) = 2e^{x^2} \cdot 2x + 4e^{x^2} + 4xe^{x^2} \cdot 2x$

$= 4xe^{x^2} + 4e^{x^2} + 8xe^{x^2}$

$f'''(0) = 4 \cdot 0 e^{0^2} + 4e^{0^2} + 8 \cdot 0 e^{0^2}$

$= 4$

$f^{IV} = 4e^{x^2} + 4xe^{x^2} \cdot 2x + 4e^{x^2} \cdot 2x + 8e^{x^2} + 8xe^{x^2} \cdot 2x$

$= 4e^{x^2} + 8xe^{x^2} + 6x e^{x^2} + 8e^{x^2} + 16xe^{x^2}$

$f^{IV}(0) = 4 \cdot 0^{0^2} + 8 \cdot 0 e^{0^2} + 6 \cdot 0 e^{0^2} + 8 \cdot e^{0^2} + 16 \cdot 0 e^{0^2}$

$= 4 + 8 = 12$

Taylorov niz

$f(x) = 0 + 0(x-0) + 2\frac{(x-0)^2}{2!} + 4\frac{(x-0)^3}{3!} + 12\frac{(x-0)^4}{4!}$

$= \cancel{2}\frac{(x-0)^2}{\cancel{2}} + \cancel{4}^{2}\frac{(x-0)^3}{\cancel{6}_{3}} + \cancel{12}^{2}\frac{(x-0)^4}{\cancel{24}_{4}}$

$= (x-0)^2 + 2\frac{(x-0)^3}{3} + \cancel{2}^{1}\frac{(x-0)^4}{\cancel{4}_{2}}$

$= (x-0)^2 + 2\frac{(x-0)^3}{3} + \frac{(x-0)^4}{2}$

PREVIŠE GREŠAKA

$\emptyset$

Popuniti odmah!

Ime i prezime: DENI MIRETIĆ **Broj indeksa:** 57143

Datum: Vrijeme: od 09:15 do .

(10)

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4x^2+6x+3}}$. 15
2. Izračunati $\int\limits_{-1}^{0} 3x\,\mathrm{e}^{x+1}\,\mathrm{d}x$. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$. 20 10
5. Pronaći opće rješenje problema: $y' + xy^2 + x = 0$. 20
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = e^{x^2}$ oko točke $x_0 = 0$. 15

3. $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$

$\frac{x^2}{y} + C = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{y} = -C$

$y = -\frac{x^2}{C}$

$C_1 = -1 \quad y_1 = x^2$

$C_2 = 1 \quad y_2 = -x^2$

$C_3 = 2 \quad y_3 = -\frac{x^2}{2}$

$C_4 = -2 \quad y_4 = \frac{x^2}{2}$

$x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 0$

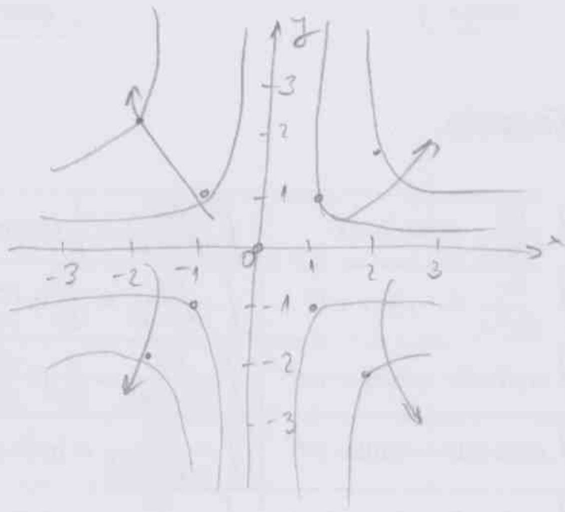
$x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = -1$

$x_3 = -1 \Rightarrow y_3 = -1$

$x_4 = 2 \Rightarrow y_4 = -2$

$x_5 = -2 \Rightarrow y_5 = 2$

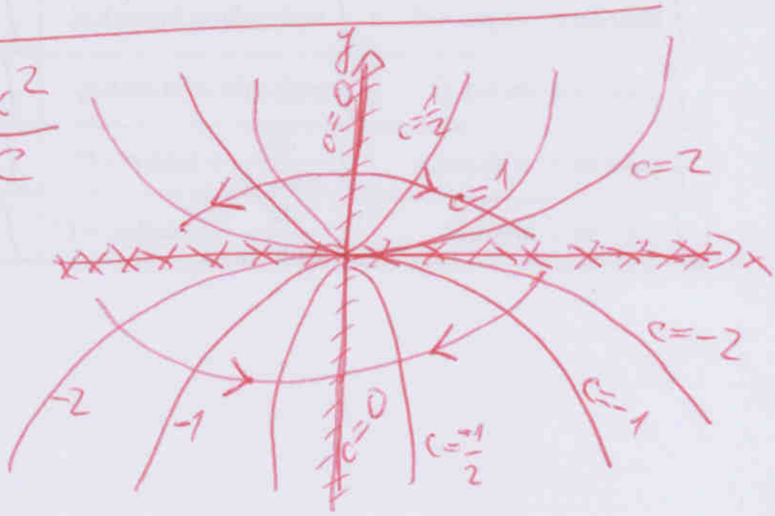
$D = \{ \frac{x^2}{y} \}$?



0

$\frac{x^2}{y} = C \Rightarrow y = \frac{x^2}{C}$ f(x,y)

$D(f) = \{(x,y) : y \neq 0\}$



Ime i prezime: DENI MILETIĆ **Broj indeksa:**

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}} = \int \frac{dx}{u^{\frac{1}{2}}} = \int \frac{1}{u^{\frac{1}{2}}} du + \int dx = \int u^{\frac{1}{2}} du + \int dx$

$\sqrt{4x^2+6x+3} = \sqrt{4 \cdot x^2+6x+9-6} = \sqrt{4 \cdot (x+3)^2-6} = \sqrt{4t^2-6} = \sqrt{u} = u^{\frac{1}{2}}$ $dt = du$ $dt = du$

$\emptyset$

2. $\int_{-1}^{0} 3x e^{x+1} dx = \left\{ \begin{matrix} u = x+1 & du = 1dx \\ dv = 3xdx & v = 3\int x dx \\ & v = 3 \cdot \frac{x^2}{2} \end{matrix} \right\} = u \cdot v - \int v \cdot du$

$= (x+1)(3 \cdot \frac{x^2}{2}) - \int 3 \cdot \frac{x^2}{2} dx = (x+1)(\frac{3x^2}{2}) - \frac{x^3}{2}$

$3\int \frac{x^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x^3}{3} = \frac{x^3}{2}$

$= x \cdot (\frac{3x^2}{2}) + \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{2} = \frac{3x^3}{2} + \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{2} = \frac{2x^3}{2} + \frac{3x^2}{2}$

Ime i prezime: DENI MILETIĆ **Broj indeksa:**

4. $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$

T_1

$\partial_x f = 3x^2 - 3y$

$\partial_y f = -3x + 2y$

$3x^2 - 3y = 0 \; / \cdot 2$

$-3x + 2y = 0 \; / \cdot 3$

$6x^2 - 6y = 0$

$-9x + 6y = 0$

$6x^2 - 9x = 0$

$3x(2x - 3) = 0$

$x_1 = 0$ ✓ $\quad 2x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ ✓

$x_1 = 0 \Rightarrow y = 0 \quad T(0,0)$ ✓

sedlasta točka

$x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = ? \Rightarrow T_2 ?$

$\partial_{xx} f = 6x$

$\partial_{xy} f = -3$

$\partial_{yy} f = 2$

$\Delta = AC - B^2$

$\Delta = 0 \cdot 2 - (-3)^2$

$\Delta = -3$

$A = 6 \cdot x = 6 \cdot 0 = 0$ nema ekstrema jer je $A = 0$

10

$f(0,0) = 0$

$D(f) = \{ x^3 - 3xy + y^2 \}$ ✗

Ime i prezime: DENI MILETIĆ **Broj indeksa:**

5. $y' + xy^2 + x = 0$

$y' = -xy^2 - x$

$\frac{dy}{dx} = -xy^2 - x \quad /\cdot dx$

$dy = -\frac{xy^2 - x}{dx} \quad /: y^2$

$\frac{dy}{y^2} = -$ ——

VIPI RIKO KOLEGA

6. $f(x) = e^{x^2}$ $\qquad x_0 = 0 \qquad f(0) = e^{0^2} = 1$

$f'(x) = (e^{x^2})' = (e^{x^2})' \cdot (x^2)' = 2e^x \cdot 2x$ $\qquad f'(0) = 2 \cdot e^0 \cdot 2 \cdot 0 = 2$

$f''(x) = (2e^x)' \cdot 2x + 2e^x (2x)' = 2xe^x + 2e^x \cdot 2 = 2xe^x + 4e^x$ $\qquad f''(0) = 2 \cdot 0 \cdot e^0 + 4 \cdot e^0 = 4$

$f'''(x) = (2x)' \cdot e^x + 2x \cdot (e^x)' + (4e^x)'$

$= 2e^x + 2xe^x + 4e^x$ $\qquad f'''(0) = 2 \cdot e^0 + 2 \cdot 0 + 4 \cdot e^0 = 6$

$f(x) = e^{x^2} = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}(x - x_0)^1 + \frac{f''(0)}{2!}(x - x_0)^2 \ldots$

$= f(0) + \frac{2}{1}(x - 0) + \frac{4}{2}(x - 0)^2 + \frac{6}{6}(x - 0)^3$

$= 0 + 2x + 2x^2 + 1x^3 = 1x^3 + 2x^2 + 2x$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: Šime Tkalić **BROJ INDEKSA:** 55880

DATUM: 22.9.2011. VRIJEME: OD DO

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}}$. 15
2. Izračunati $\int_{-1}^{0} 3x\,e^{x+1}\,dx$. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y)=\frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y)=x^3-3xy+y^2$. 20
5. Pronaći opće rješenje problema: $y'+xy^2+x=0$. 20
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x)=e^{x^2}$ oko točke $x_0=0$. 15

1.)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}} = \int \frac{dx}{(2x+3)^2+3} = \int \frac{dx}{(2x+3)^2+9} = \ln\left|2x+3+\sqrt{(2x+3)^2+9}\right|+C$$

$$\underbrace{(2x+3)^2}_{x} \quad \underbrace{3}_{a}$$

$$=\ln\left|2x+2+\sqrt{4x^2+6x+9+9}\right|+C$$

$$=\ln\left|2x+2+\sqrt{4x^2+6x+18}\right|+C$$

$$\times \quad = \int \frac{dx}{\sqrt{(2x+3)^2+3}}$$

$\emptyset$

2.)

$$\int_{-1}^{0} 3xe^{x+1}\,dx = \left| \; 3x = 3t \right.$$

$\emptyset$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: ČANILOVIĆ MARKO BROJ INDEKSA: 17-2-0027-2010

DATUM: 22.09.2011. VRIJEME: OD 8.10 h DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

0

	Broj ↓ bodova
1. Izračunati $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}}$.	15
2. Izračunati $\int_{-1}^{0} 3x\,e^{x+1}\,dx$.	15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$.	20
5. Pronaći opće rješenje problema: $y' + xy^2 + x = 0$.	20
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = e^{x^2}$ oko točke $x_0 = 0$.	15

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+6x+3}} = \int \left(\sqrt{4x^2+6x+3}\right)^{-1} dx = \int$

4. $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$

$D = \mathbb{R}$