Odmah popuniti ↓

Ime i prezime: Antun Sušić **Broj indeksa:** 56436

Obavezno popuniti vrijeme rješavanja ispita: datum vrijeme: od 08:45 do .

MATEMATIKA 3: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. oooo

20

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$x'''(t) + x'(t) = 0, \quad x(0) = x''(0) = 1,\ x'(0) = 0.$$

2. Neka je C cilindar zadan sa $C = \{(x,y,z) : (x+2)^2 + (y-3)^2 \leq 1,\ -1 \leq z \leq 1\}$. Izračunati plošni integral

$$\iint\limits_{\partial C} 2x\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

3. Zadana je krivulja s parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = (\sin(2t), \cos(2t), t)$. Izračunati duljinu krivulje u dijelu koji odgovara parametaru $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$. Ø

4. Zadan je dio stošca (oznaka Y) omeđen plohama $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 1$ i $z = 4$. Izračunati $\int\limits_Y xyz\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ prijelazom na cilindrične koordinate. (mala pomoć: $\sin x \cos x = \frac{\sin(2x)}{2}$) Ø

5. Izračunati $\int_{\widehat{ABC}} y\mathrm{d}x + \mathrm{d}z$ gdje je $\widehat{ABC}$ krivulja koja ide bridovima trokuta s vrhovima $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(1,0,0)$ usmjerena redom od vrha A preko B i C do ponovo vrha A. Koristiti Stokesovu formulu.

1. $x'''(t) + x'(t) = 0 \qquad x(0) = x''(0) = 1,\ x'(0) = 0$

$x'''(t) \circ\!\!-\!\bullet\ s^3X(s) - s^2x(0) - sx'(0) - x''(0)$

$\underline{s^3X(s) - s^2 - 1}$

$x'(t) \circ\!\!-\!\bullet\ sX(s) - x(0)$

$\underline{sX(s) - 1}$

$\underline{s^3X(s)} - s^2 - 1 + \underline{sX(s)} - 1 = 0$

$X(s)(s^3 + s) - s^2 - 2 = 0$

$X(s) = \frac{s^2+2}{s^3+s} = \frac{s^2+2}{s(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+1} \quad / \cdot s(s^2+1)$

$s^2 + 2 = A(s^2+1) + Bs^2 + Cs \qquad s^2(A+B) + Cs + A$

$= As^2 + A + Bs^2 + Cs$

$\boxed{A = 2,\ C = 0}$

$A + B = 1 \Rightarrow 2 + B = 1$

$\boxed{B = -1}$

$X(s) \bullet\!\!-\!\circ\ x(t) = \frac{2}{s} + \frac{(-s)}{s^2+1} = 2 - \cos(t)$ ✓

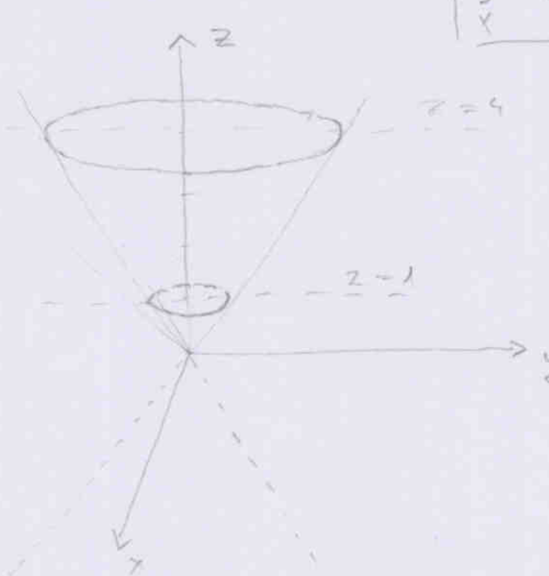
20

IME I PREZIME: Antun Sušić

BROJ INDEKSA: 56436

4. $x^2+y^2=z^2 \qquad z=1,\ z=4$

$\boxed{\int_V xyz\,dx\,dy\,dz}$



CILINDRIČNE KOORDINATE:

$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi$

$z = z$

$(r\cos\varphi)^2 + (r\sin\varphi)^2 = z^2$

$r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi = z^2$

$r^2\underbrace{(\cos^2+\sin^2)}_{1} = z^2$

$r^2 = z^2$

$\int xyz\,dx\,dy\,dz$ ✓

$\int r\cos\varphi \cdot r\sin\varphi \cdot z\,dz\,d\varphi\,dr$ ✗

↓x

$\int \sin\frac{2x}{2}z\,dz\,d\varphi\,dr$

$$\int_1^4 dz\int_0^{2\pi} d\varphi\int_1^z r\,dr = \int_1^4 dz\int_0^{2\pi} d\varphi\cdot \frac{r^2}{2}\Big|_0^z$$

$$=\frac{2\pi}{2}\int_1^4 dz\cdot\frac{r^2}{2}\Big|_1^z = \pi\int_1^4 dz\cdot r^2\Big|_0^z$$

$$=\pi\int_1^4 dz\cdot z^2 = \pi\,\frac{z^3}{3}\Big|_1^4$$

$$=\left(\frac{64}{3}-\frac{1}{3}\right)\pi = \frac{63}{3}\pi = \underline{\underline{21\pi}}$$

RIJEŠILI VOLUMEN $1<z<4$

$$\int_1^4 \sin\frac{2x}{2}\cdot z\,dz\int_0^{2\pi}\sin\frac{2x}{2}\cdot z\,d\varphi\int_0 \sin\frac{2x}{2}z\,r\,dr$$ ✗ $\not{0}$

$$\int_V xyz\,dx\,dy\,z = \left\{\begin{matrix}\text{prijelaz u}\\ \text{cilindrične}\\ (x,y,z)=\phi(r,\varphi,z)\end{matrix}\right\} = \int_V \underline{r\cos\varphi}\ \underline{r\sin\varphi}\ \underline{z}\ \underline{r}\,dr\,d\varphi\,dz$$

det$|D\phi|$

$$=\int_0^{2\pi}\int_1^4\int_0^z r^3 z\cos\varphi\sin\varphi\,dr\,dz\,d\varphi = \dots$$

IME I PREZIME: Antun Šušić BROJ INDEKSA: 56436

3. $r(t) = \overset{x}{\sin(2t)}\ \overset{y}{\cos(2t)}\ ,\ \overset{z}{t} \qquad \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

$$l = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{(-\cos(2t))^2 + (\sin(2t))^2 + (t)^2}\, dt$$

$$l = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{\underbrace{\cos^2 2t + \sin^2 2t}_{1} + t^2} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} t\, dt$$

$$l = \frac{t^2}{2}\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{9\pi^2}{4} - \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi^2}{4}\right)$$

$$= \frac{9\pi^2}{8} - \frac{\pi^2}{8} = \frac{8\pi^2}{8} = \pi^2$$

$\emptyset$

DERIVACIJA KOMPOZICIJE FUNKCIJE

$$\left.\begin{aligned} x &= \sin(2t) \\ y &= \cos(2t) \\ z &= t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} x'(t) &= \cos(2t)\cdot 2 \\ y'(t) &= -\sin(2t)\cdot 2 \\ z'(t) &= 1 \end{aligned}$$

$$l = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{\underbrace{\underbrace{(2\cos(2t))^2}_{=4\cos^2(2t)} + \underbrace{(-2\sin(2t))^2}_{4\sin^2(2t)}}_{4\underbrace{(\cos^2(2t) + \sin^2(2t))}_{=1}} + 1^2}\, dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{5}\, dt = \sqrt{5}\cdot\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \pi\sqrt{5}$$

Odmah popuniti ↓
IME I PREZIME: Nikola Bošnjak BROJ INDEKSA: 53799
OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: DATUM 22.9.2011 VRIJEME: OD DO
MATEMATIKA 3: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. oooo

0

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu:

$$x'''(t) + x'(t) = 0, \quad x(0) = x''(0) = 1,\ x'(0) = 0.$$

2. Neka je C cilindar zadan sa $C = \{(x, y, z) : (x+2)^2 + (y-3)^2 \leq 1,\ -1 \leq z \leq 1\}$. Izračunati plošni integral

$$\iint\limits_{\widehat{\partial C}} 2x \,\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

3. Zadana je krivulja s parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = (\sin(2t), \cos(2t), t)$. Izračunati duljinu krivulje u dijelu koji odgovara parametaru $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

4. Zadan je dio stošca (oznaka Y) omeđen plohama $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 1$ i $z = 4$. Izračunati $\int\limits_Y xyz \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ prijelazom na cilindrične koordinate. (mala pomoć: $\sin x \cos x = \frac{\sin(2x)}{2}$)

5. Izračunati $\int_{\widehat{ABC}} y\mathrm{d}x + \mathrm{d}z$ gdje je $\widehat{ABC}$ krivulja koja ide bridovima trokuta s vrhovima $A(2, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(1, 0, 0)$ usmjerena redom od vrha A preko B i C do ponovo vrha A. Koristiti Stokesovu formulu.

Odmah popuniti ↓

IME I PREZIME: BEPO BARIČIĆ **BROJ INDEKSA:** 0269015860

OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: DATUM VRIJEME: OD 08 : 10 DO

MATEMATIKA 3: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. oooo

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu:

$$x'''(t) + x'(t) = 0, \quad x(0) = x''(0) = 1,\ x'(0) = 0.$$

2. Neka je C cilindar zadan sa $C = \{(x, y, z) : (x+2)^2 + (y-3)^2 \leq 1,\ -1 \leq z \leq 1\}$. Izračunati plošni integral

$$\iint\limits_{\widehat{\partial C}} 2x \, \mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

3. Zadana je krivulja s parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = (\sin(2t), \cos(2t), t)$. Izračunati duljinu krivulje u dijelu koji odgovara parametaru $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

4. Zadan je dio stošca (oznaka Y) omeđen plohama $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 1$ i $z = 4$. Izračunati $\int\limits_Y xyz \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ prijelazom na cilindrične koordinate. (mala pomoć: $\sin x \cos x = \frac{\sin(2x)}{2}$)

5. Izračunati $\int_{\widehat{ABC}} y\mathrm{d}x + \mathrm{d}z$ gdje je $\widehat{ABC}$ krivulja koja ide bridovima trokuta s vrhovima $A(2, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(1, 0, 0)$ usmjerena redom od vrha A preko B i C do ponovo vrha A. Koristiti Stokesovu formulu.

1. $x'''(t) + x'(t) = 0$

$x(0) = 1$

$x''(0) = 1$

$x'(0) = 0$

[illegible]

$s^3 X(s) - s^2 x(0) - \cancel{s x'(0)} - x''(0) + s X(s) - \cancel{x(0)} = 0$

$s^3 x(s) - s^2 - 1 + s x(s) = 0$

$x(s)(s^3 + s) = s^2 + 1$

$x(s) = \frac{s^2+1}{s^3+2}$

$\frac{1}{s^2} = \frac{A}{s^2}$

Odmah popuniti ↓

IME I PREZIME: Ivo Miočić **BROJ INDEKSA:** 53478

OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: DATUM VRIJEME: OD DO

MATEMATIKA 3: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. oooo

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu:

$$x'''(t) + x'(t) = 0, \quad x(0) = x''(0) = 1,\ x'(0) = 0.$$

2. Neka je C cilindar zadan sa $C = \{(x, y, z) : (x + 2)^2 + (y - 3)^2 \leq 1, -1 \leq z \leq 1\}$. Izračunati plošni integral

$$\iint\limits_{\widehat{\partial C}} 2x\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

3. Zadana je krivulja s parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = (\sin(2t), \cos(2t), t)$. Izračunati duljinu krivulje u dijelu koji odgovara parametaru $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

4. Zadan je dio stošca (oznaka Y) omeđen plohama $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 1$ i $z = 4$. Izračunati $\int\limits_Y xyz\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ prijelazom na cilindrične koordinate. (mala pomoć: $\sin x \cos x = \frac{\sin(2x)}{2}$)

5. Izračunati $\int_{\widehat{ABC}} y\mathrm{d}x + \mathrm{d}z$ gdje je $\widehat{ABC}$ krivulja koja ide bridovima trokuta s vrhovima $A(2, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(1, 0, 0)$ usmjerena redom od vrha A preko B i C do ponovo vrha A. Koristiti Stokesovu formulu.

$x'''(t) + x'(t) = 0$, $x(0) = x''(0) = 1$, $x'(0) = 0$

$x'''(t) = \supset s^3 F(s) - s^2 x(0) - s x'(0) - x''(0)$

$x'''(t) = \supset s^3 F(s) - s^2 + 1$

$f(t) = F(s)$

$x(t) = F(s)$

$x'(t) = sF(s) - f(0)$

$x''(t) = \supset s^2 F(s) - s f(0) - f'(0)$