

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: STIPE VULIĆ

BROJ INDEKSA: 57663

DATUM: 15.09.2011, VRIJEME: OD 08:00 DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xoxox  
Broj ↓  
bodova

1. Odrediti determinantu matrice  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

20

2. Ispitati konvergenciju reda  $\sum \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$

~~0~~

3. Ispitati sve asimptote funkcije  $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$ .

~~0~~

4. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije  $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ .

12

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $g$  iz zadatka 4. Posebno odgovoriti da li je funkcija ograničena.

~~0~~



4. ODREĐITI DOMENU I PRVU DERIVACIJU

$$g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) \quad \checkmark$$

$$g'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$g'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

12

$$D_f = ?$$

$$1-x^2 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{1}$$



$$D_f = \langle -\infty, -1 \rangle \cup [1, +\infty) \quad \text{D}(f) = ?$$

$$D(g) = [-1, 1]$$

$$\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \end{array}$$

5) NACRTATI GRAF FUNKCIJE. POSEBNO ODGOVORITI DA LI JE OGRANIČENA

$$g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$$

1) DOMENA

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm \sqrt{1}$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 1$$

2) NULTOČKE

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm \sqrt{1}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \end{matrix}}$$

DVIJE NULTOČKE

$$D_f = \langle -\infty, -1 \rangle \cup [1, +\infty) \quad \times$$

3) ASIMPTOTE

V. A. nema

GRAF ?

K. A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x + \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{x - \sqrt{1-x^2}}{x - \sqrt{1-x^2}} = \frac{x^2 - 1 - x^2}{x - \sqrt{1-x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{\frac{x}{x} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{x^2}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{1 - \sqrt{0-1}} = -\infty$$

NEMA K. A.

4) PARNOST/NEPARNOST, PERIODIČNOST

$$f(x) = f(-x)$$

$$g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$$

$$g(x) = (-x) + \sqrt{1-(-x)^2}$$

$$g(x) = |-x| + \sqrt{1+x^2}$$

FUNKCIJA NIJE

PARNA NI TI

NEPARNA

NIJE PERIODIČNA

NER NE SA DRŽI

ELEMENTE

TRIGONOMETRIJE

5) EKSTREMI

$$g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)$$

$$g'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$x = 0$



$g'(x) = 0$  ?

$$g'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

IME I PREZIME: STIPE VULIĆ

BROJ INDEKSA: 57663

6) TOČKE INFLEKSIJE

$$\frac{u}{v} = \frac{v \cdot u' - u \cdot v'}{v^2}$$

$$g'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

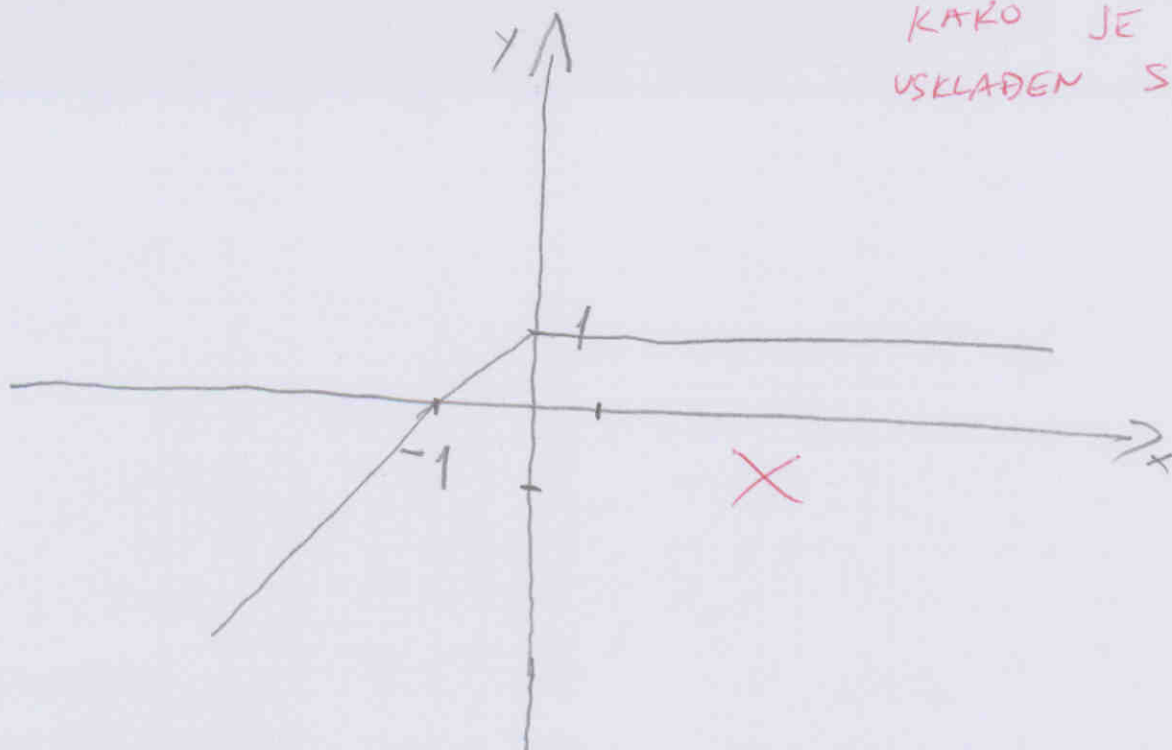
$$g''(x) = \frac{(1)' \cdot \sqrt{1-x^2} - x \cdot ((1-x^2)^{\frac{1}{2}})'}{(\sqrt{1-x^2})^2}$$

$$g''(x) = 0 = \frac{\sqrt{1-x^2} \cdot 1 - x \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)}{(\sqrt{1-x^2})^2}$$

$$g''(x) = 0 = \frac{\sqrt{1-x^2} - x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}}{(\sqrt{1-x^2})^2}$$

SKICA GRAFA

KAKO JE GRAF  
USKLADEN S DOMENOM



3. ISPITATI SVE ASIMPTOTE FUNKCIJE

$$f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$$

NULTOČKE NAZIVNIKA?

TREBA PRVO ODREDITI DOMENU, ZATIM ISPITATI V.A. NA RUBOVIMA DOMENE, ZATIM ISTRAŽITI L.H.A. I D.H.A, A NA KRAJU ISPITATI K.A. GDE NEMA H.A.

V.A. - nema X

K.A.

$$y = kx + l$$

$$k_1 = \frac{f(x)}{x} \quad l_1 = f(x) - x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2/x^2}{2x^2-x-3/x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{x^2}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} - \frac{3}{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\overset{-1}{\textcircled{1}}}{2} = \frac{\overset{-1}{\textcircled{1}}}{2} X$$

ŠTO OVO ZNAČI?  
 VERTIKALNA ASIMPTOTA?  
 KOSA ASIMPTOTA?  
 HORIZONTALNA ASIMPTOTA?

~~$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1+x^2}{-2x^2+x+3} = \frac{\frac{-1}{x^2} + \frac{x^2}{x^2}}{\frac{-2x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{3}{x^2}}$$~~



Popuniti odmah!

IME I PREZIME:

Namjan Simić

BROJ INDEKSA:

17-1-0037-2010

20

DATUM:

VRIJEME: OD

DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xoxox  
Broj ↓  
bodova

1. Odrediti determinantu matrice  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

20

2. Ispitati konvergenciju reda  $\sum \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$

3. Ispitati sve asimptote funkcije  $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$

4. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije  $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$

∅

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $g$  iz zadatka 4. Posebno odgovoriti da li je funkcija ograničena.



$$1. \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} = -2 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = -2 \cdot 2 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= -2 \cdot 2 \cdot (0 \cdot 0 - 1 \cdot 1) = 8 \quad \checkmark$$

20

$$4. \quad g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$$

~~Ø~~

$$g'(x) = 1 - x$$

$$x_1 = 1 - 1 = 0$$

$$x_2 = 1 - 1 = 0$$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME:

Juan Fröhlich

BROJ INDEKSA:

06183-2008. (32)  
0269 024744

DATUM:

VRIJEME: OD

DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xoxox  
Broj ↓  
bodova

20

1. Odrediti determinantu matrice  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

2. Ispitati konvergenciju reda  $\sum \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$

3. Ispitati sve asimptote funkcije  $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$ .

4. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije  $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ .

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $g$  iz zadatka 4. Posebno odgovoriti da li je funkcija ograničena.

~~0~~  
12

~~0~~

8

1.  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow -1 \cdot (-8) = 8 \quad \checkmark \quad 20$

~~0 2 0 0 2~~  
~~2 0 2 2 0~~  $\Rightarrow 0+0+0-0-0-8 = -8$   
~~0 0 2 0 0~~

$2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{2}$

3. ASIMPTOTE:

$f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$

Horizontalna  
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} \Rightarrow \frac{0}{0} \Rightarrow \infty$  asimptota je  $\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} \Rightarrow \frac{0}{-2} \Rightarrow 0$

PRVO ISPITATI DOMENU  
V.A. NA RUBOVIMA DOMENE

Vertikalne

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} \Rightarrow \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} \Rightarrow -\frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$

Vertikalne asimptote su  $\frac{1}{3}$  i  $-\frac{1}{3}$

Kosa  
 $y = bx + c$

$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

$c = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - bx)$   
 $c = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x^2}{2x^2-x-3} - 0\right)$   
 $c = \frac{1}{3}$

$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{x(2x^2-x-3)} \Rightarrow \frac{1-x^2}{x(2x^2-x-3)} \Rightarrow \frac{1}{\infty} = 0$

$y = 0 - \frac{1}{3}$   
 $y = -\frac{1}{3}$  KOSA

NETA KOSE JER IMA HORIZONTALNE

4.  $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$        $\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}} (x)^{\frac{1}{2}}$

$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$

$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} (-2x) \checkmark$

$g'(x) = 1 + \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}$       12

$g'(x) = 1 + \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

DOMENA:

$\sqrt{1-x^2}$

$\mathcal{D}(f) = x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$1-x \geq 0 \quad \times$

$-x \geq -1$

$x \leq 1$

$(1-x)(1+x) \geq 0 \quad \times$   
 $1-x \geq 0$

$-x^2 \geq -1$

$x^2 \leq 1$



$x \in [-1, 1]$

5.  $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$

TOK FUNKCIJE

PERIODIČNOST

PARNOST, NEPARNOST

$(x+T) + \sqrt{1-(x+T)^2}$

$T \neq 0$

funkcija nije periodična

$f(-x) = f(x)$

$f(x) = -f(x)$

funkcija nije ni parna ni neparna

NULTOČKE:

$f(-x) = -x + \sqrt{1-(-x)^2}$

$g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$

$f(0) = 0 + \sqrt{1-0}$

$f(0) = 1$  siječe y os u 1.

RAST I PAD

$g'(x) = 1 + \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

Točke INFLEKSIVNE:

$g''(x) = 0$

$1-x^2 \geq 0$

$x \in \langle -\infty, 1 \rangle$  raste

$1-x^2 > 0$

$-x > -1$

$x < 1 \quad \times$

$1-x^2 = 0$

$-x^2 = -1$

$x = 1$

$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{g \cdot f' - f \cdot g'}{g^2}$

$g'(x) = 1 + \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

$g''(x) = \frac{\sqrt{1-x^2} \cdot (-1)' - (-x) \cdot (\sqrt{1-x^2})'}{(\sqrt{1-x^2})^2}$

$= \frac{-\sqrt{1-x^2} - (-x) \cdot \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2}$

OVDJE SE BOLJE GRAF!

Nema ih.

Popuniti odmah!

IME I PREZIME:

IVAN ŠKARA

BROJ INDEKSA:

56180

DATUM: 15.09.2011 VRIJEME: OD

DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xoxox  
Broj ↓  
bodova

1. Odrediti determinantu matrice  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

2. Ispitati konvergenciju reda  $\sum \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$

3. Ispitati sve asimptote funkcije  $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$ .

4. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije  $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ .

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $g$  iz zadatka 4. Posebno odgovoriti da li je funkcija ograničena.

④  $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$   
 $g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)$   
 $Df = 1-x^2 \geq 0 \checkmark$   
 $x = -1 \geq 0 \times$

$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)$   
VIA FRÜHWURTH

⑤  $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$   
 $1-x^2 \geq 0 \checkmark \quad x=0$   
 $x-1 \geq 0 \times \quad x=-1$

	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$x$	-	+	+	
$x-1$	-	-	+	
	+	-	+	

$Df \quad x \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup [0, +\infty) \times$

$f(x) = 0$   
 $x + \sqrt{1-x^2}$   
 $x = \sqrt{1-x^2} / 2$   
 $x^2 = 1-x^2$   
 $x = 0$

$x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{1-x^2}}{x} \quad | :x \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{1}$

$x = \frac{1+1}{1} = 2$

$f = \lim_{x \rightarrow \infty} [x + \sqrt{1-x^2} - 0 \cdot x] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 + \sqrt{1-x^2})}{1} \cdot \frac{(1 + \sqrt{1-x^2})}{(1 + \sqrt{1-x^2})}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{1 + \sqrt{1-x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{2}$

BODUJE SE GRAF!