Popuniti odmah!

IME I PREZIME: MATEJ ĆURK BROJ INDEKSA: 57331 (87)

DATUM: 15.09.2011. VRIJEME: OD 8:30 DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xooxx
Broj ↓ bodova

1. Odrediti determinantu matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ISPIT NIJE PRIJAVLJEN. 20

2. Odrediti domenu i sve asimptote funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ 7

3. Ispitati konvergenciju reda $\sum \left(\frac{3n+3}{\frac{1}{n} + 2n} \right)^n$ 20

4. Ispitati domenu, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije $g(x) = \ln(x^2 + 1)$. 20

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. 20

1.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-7) - 2 \cdot (-6) = -7 + 12 = 5 \checkmark$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{matrix} = 1 - 4 - 4 = -7 \checkmark$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{matrix} = 2 - 8 = -6 \checkmark$$

20

IME I PREZIME: MATEJ ĆURK BROJ INDEKSA: 57331

2.

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$$

DOMENA $x^2 - x \geq 0$

$x^2 \geq x \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \setminus \langle 0, 1 \rangle$ ✓ 7

ASIMPTOTE ?

3.

$$\sum \left(\frac{3n+3}{\frac{1}{n} + 2n} \right)^n$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left(\frac{3n+3}{\frac{1}{n} + 2n} \right)^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{3n+3 \,/\, n}{\frac{1}{n} + 2n \,/\, n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3 + \frac{3}{n}}{\frac{1}{n^2} + 2} = \frac{3}{2} > 1$$

20

RED DIVERGIRA ✓

IME I PREZIME: MATEJ ĆURK BROJ INDEKSA: 57331

4. $g(x) = \ln(x^2+1)$

DOMENA $x^2+1 > 0$

$x^2 > -1$

$x \in \mathbb{R}$ ✓

PARNOST

$g(-x) = g(x)$

$g(-x) = \ln((-x)^2+1) = \ln(x^2+1) = g(x)$ ✓

PARNA JE ✓

DERIVACIJA

$g(x) = \ln(x^2+1)$

$g'(x) = \frac{2x}{x^2-1}$

$g''(x) = \frac{2(x^2-1)-2x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$ ✓

20

IME I PREZIME: MATEJ ĆURK BROJ INDEKSA: 57331

5. $h(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$$h'(x) = \frac{2x(x^2-1) - 2x(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{2x(x^2-1-x^2+1}{(x^2-1)^2} = \frac{4x}{(x^2-1)^2}$$

EKSTREMI

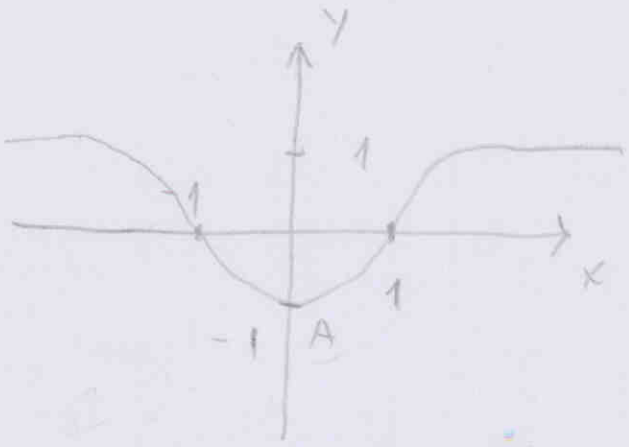
$\frac{4x}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow 4x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow -1 = y_1$ $\boxed{A(0,-1)}$

$$h''(x) = \frac{4(x^2+1)^2 - 8x(x^2+1)\cdot 2x}{(x^2-1)^4}$$

$h''(0) = \frac{4\cdot 1 - 0}{1} = 4 > 0, \Rightarrow$ REZ. MINIMUM U $x_1 = 0$

HORIZ. ASIMPT

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{x^2-1} \overset{L'}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{2x} = 1$



✓ 20

Popuniti odmah!

Ime i prezime: VEDRAN DEČAK **Broj indeksa:** 0269030465 (40)

Datum: Vrijeme: od do

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xooxx

Broj ↓ bodova

1. Odrediti determinantu matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ∅
2. Odrediti domenu i sve asimptote funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ ∅
3. Ispitati konvergenciju reda $\sum \left(\frac{3n+3}{\frac{1}{n} + 2n} \right)^n$
4. Ispitati domenu, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije $g(x) = \ln(x^2 + 1)$.
5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

20

20

(2) $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

1° $x \neq 0$

$x^2 - x \geq 0$

$x^2 \geq x \quad / : x$

$x \geq 1$

$D(f), x \in [1, \infty)$ ✗

V. A. $\lim_{x \to 1} f(x) = x - \sqrt{x^2 - x} = 1 - \sqrt{1 - 1} = 1$

DA BI SE MOGLO DIJELITI MORA BITI RAZLOMAK TADA SE DIJELI BROJNIK I NAZIVNIK OVDJE IDE "RACIONALIZACIJA"

$x = 1$

H. P. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} x - \sqrt{x^2 - x} = \infty - \infty = x - \sqrt{x^2 - x} / : x = 1 - \frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} = 1 - 1 = 0$

$y = 0$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -x - \sqrt{x^2 - x} = -x - \sqrt{x^2 + x} / : x = -1 - \frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} = -1 - 1 = -2$ ✗

$y = -2$

AKO POSTOJI HORIZONTALNA, NE POSTOJI KOSA

∅

IME I PREZIME: VEDRAN DELAŠ BROJ INDEKSA: 0269030465

(1)

$$\begin{matrix} + & - & + & - \end{matrix}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

VIDI ĆURIK

VIDI DONAT SIMIČIĆ

$$1 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

?

$$1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 0 + 0 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + [2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 2 + 0 \cdot 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2]$$

$$1 + [4 + 4 + 4] = 13$$

$\det A = 13$

IME I PREZIME: VEDRAN OGLAČ BROJ INDEKSA: 0269030565

(5) $g(x) = \ln(x^2+1)$

1° DOMENA

$x^2+1 > 0$ $D_g(x), x \in \mathbb{R}$ ✓

$x^2+1 = 0$

$x^2 = -1$

$x \in$ NIJE MOŽE BITI

2° PARNOST

$g(x) = g(-x)$

$g(-x) = \ln((-x)^2+1) = \ln(x^2+1)$ → PARNA FUNKCIJA ✓

3° DERIVACIJA

$g(x) = \ln(x^2+1)$

$g'(x) = \frac{1}{x^2+1} \cdot (x^2+1)'$

$g'(x) = \frac{1}{x^2+1} \cdot 2x$

$g'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

$g''(x) = \frac{(2x)' \cdot (x^2+1) - (2x)(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$

$g''(x) = \frac{2(x^2+1) - 2x\,2x}{(x^2+1)^2}$

$g''(x) = \frac{2x^2+2-4x^2}{(x^2+1)^2}$

$g''(x) = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$ ✓

20

IME I PREZIME: VEDRAN SEČAN BROJ INDEKSA: 0265030465

(5) $h(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

1° Domena

$x^2+1 \neq 0$

$x^2 \neq -1$

$D(f), x \in \mathbb{R}$

2° NULTOČKE

$f(x)=0$

$x^2-1=0$

$x^2=1$

$x_{1,2} = \pm 1$

$N_1(1,0)$

$N_2(-1,0)$

3° PARNOST

$h(x) = h(-x) = \frac{(-x)^2-1}{(-x)^2+1} = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ → PARNA FUNKCIJA

4° V.A.

$h(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ → VERTIKALNA ASIMPTOTA NEMA U TOČKAMA PREKIDA

$h(x)$ lim

H.A. $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \frac{x^2-1/x^2}{x^2+1/x^2} = \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{1} = 1$ (1/x² → 0)

$y = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{1}$

$y = 1$

NEMA KOSE ASIMPTOTE, NEMA KOSE

5. STACIONARNE TOČKE

$f'(x)=0$

$h(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$h'(x) = \frac{(x^2-1)'(x^2+1) - (x^2-1)(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{2x(x^2+1) - (x^2-1)2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^3+2x-2x^3+2x}{(x^2+1)^2} = \frac{4x}{(x^2+1)^2}$

$4x=0$

$x=0$

	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		−	+		
$f(x)$		↘	↗		

$\min(0, f(0))$

$\min(0,-1)$

$T_s(0,-1)$ ⟹

IME I PREZIME: VUKAN DELIĆ BROJ INDEKSA: 0269030665

⇒ nastavak (5)

6 TOČKA NEGATIVNA

$f'(x) = \frac{4x}{x^2+1}$

$f''(x) = \frac{(4x)' \cdot (x^2+1) - (4x)(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$

$f''(x) = \frac{4 \cdot (x^2+1) - (4x)(2x)}{(x^2+1)^2}$

$f''(x) = \frac{4x^2+4-8x^2}{(x^2+1)^2}$

$f''(x) = \frac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}$

$T_1(1, f(1)) \quad T_{1,2}(-1, f(-1))$

$T_1(1,0) \quad T_{1,2}(-1,0)$

$-4x^2+4=0$

$-4x^2=-4$

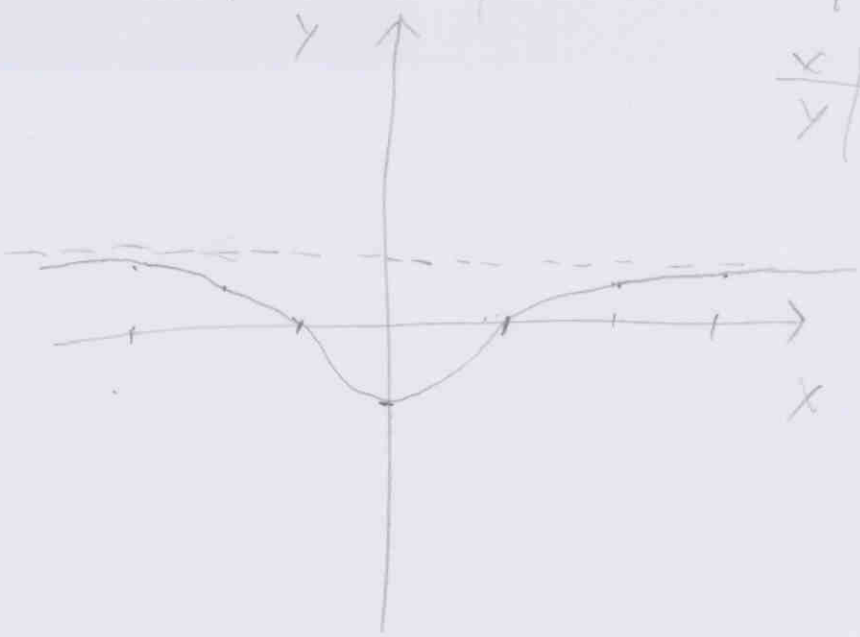
$x^2=1$

$x_{1,2}=\pm 1$

	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
		-2	0		2	
$f''(x)$		$-$	$+$		$-$	
$f(x)$		$\cap$	$\cup$		$\cap$	

x	-3	-2	-1
y	0.8	0.6	0

x	0	1	2	3
y	-1	0	0.6	0.8



✓

20

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: Dorati Simičić **BROJ INDEKSA:**

DATUM: VRIJEME: OD DO

30

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xooxx

Broj ↓ bodova

20

1. Odrediti determinantu matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

2. Odrediti domenu i sve asimptote funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

3. Ispitati konvergenciju reda $\sum \left(\frac{3n+3}{\frac{1}{n} + 2n} \right)^n$

4. Ispitati domenu, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije $g(x) = \ln(x^2 + 1)$.

10

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} =$

$-2\left[1 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}\right] + 1\left[1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\right]$

$= -2[1 \cdot 2 - 2 \cdot 4] + 1[1 \cdot (1-4) - 2 \cdot 2] = -2[-6] + 1[-7] = 12 - 7 = 5$ ✓

20

4. $g(x) = \ln(x^2+1)$

$g'(x) = \frac{1}{(x^2+1)} \cdot (x^2+1)' = \frac{1}{x^2+1} \cdot 2x = \frac{2x}{x^2+1}$ ✓

$g''(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

$g''(x) = \frac{(2x)' \cdot (x^2+1) - 2x \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{2 \cdot (x^2+1) - 2x \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$ ✓ 10

DOMENA ?

(NE) PARNOST ?

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: MARKO DANILOVIĆ **BROJ INDEKSA:** 17-2-0027-2010

DATUM: 08 15 VRIJEME: OD DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xooxx Broj ↓ bodova 5

1. Odrediti determinantu matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
2. Odrediti domenu i sve asimptote funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ ∅
3. Ispitati konvergenciju reda $\sum \left(\frac{3n+3}{\frac{1}{n} + 2n} \right)^n$
4. Ispitati domenu, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije $g(x) = \ln(x^2 + 1)$. 5
5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

(1)

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \underbrace{0 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}}_{=0} + \underbrace{0 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}}_{=0} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= -2 \underbrace{\left[0 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]}_{=0} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + 1 \underbrace{\left[0 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \right]}_{=0} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= -2 \cdot \left[\underbrace{-2 \cdot 0}_{0} + \underbrace{2 \cdot 3}_{6} \right] + 1 \left[\underbrace{-2 \cdot (-2)}_{4} + \underbrace{1 \cdot 3}_{3} \right] = -2 \cdot 6 + 1 \cdot 7 = -12 + 7 = -5$$

$D = -5$

IME I PREZIME: MARKO DAMLOVIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0027-2040

② $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
x		$-$	$+$	$+$	$+$
$-\sqrt{x^2-x}$		$-$	$+$	$+$	$-$
$x - \sqrt{x^2-x}$		$+$	$+$	$+$	$-$

$\mathcal{D} = \langle -\infty, 1]$ ✗ VIDI ĆURK

IZRAZ POD KORIJENOM TREBA BITI VEĆI ILI JEDNAK NULI

$x^2 - x \geq 0$

$x(x-1) \geq 0$

↓ ↓

0 1

	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	$-$	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x(x-1)$	$+$	$-$	$+$	

$\mathcal{D}(f) = \langle -\infty, 0] \cup [1, +\infty \rangle$

IME I PREZIME: MARKO DANILOVIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0027-2010

(4) $g(x) = \ln(x^2+1) \Rightarrow$ DERIVACIJA

$g'(x) = \ln' \cdot (x^2+1) + \ln \cdot (x^2+1)'$ ✗

$= \frac{1}{x} \cdot (x^2+1) + \ln \cdot (2x)$ ✗

$= \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} + \ln(2x)$

$= x + \frac{1}{x} + \ln(2x)$

$g''(x) = x' + \frac{1}{x}' + \ln'(2x) + \ln(2x)'$

$= 1 + (-\frac{1}{x^2}) + \frac{1}{x} \cdot 2x + \ln \cdot (0 \cdot x) + (2 \cdot 1)$

$= 1 + (-\frac{1}{x^2}) \cdot \frac{2x}{x} + \ln \cdot 0 + 2$

$= 1 + (-\frac{1}{x^2}) + 2 + 2$

$= 5 - \frac{1}{x^2}$

Domen

$g(x) = \ln(x^2+1)$

$\mathbb{Q} = \mathbb{R}$ ✓

5

VIDI ĆURK

(NE) PARNOST ?