Popuniti odmah!
Ime i prezime: MATIJA JAKOBAC **Broj indeksa:** 57921

30

Datum: Vrijeme: od 08:30 do .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti početak (prvih nekoliko članova koji nisu nula) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = \sin^3 x$ oko točke $x_0 = 0$. ~~10~~ 0
2. Procijeniti površinu između parabole $y = x^2 - 8$ i pravca $y = 8$ diskretizacijom u nekoliko točaka (bez računanja integrala). 15
3. Izračunati površinu između parabole $y = x^2 - 8$ i pravca $y = 8$. 15
4. Ispitati domenu, diferencijabilnost i ekstreme funkcije $f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{2}{xy}$. 20
5. Riješiti: $y' + 2xy + 3 = x$. 20
6. Riješiti: $y'' - 4y' + 4y = x^2$. 20

1. $f(x) = \sin^3 x$

$x_0 = 0$

$f(0) = \sin^3 0 = 0$

$f'(x) = 3\sin^2 x$

$f'(0) = 0$

$f''(x) = 6\sin x$

$f''(0) = 0$

$f'''(x) = 6\cos x$

$f'''(0) = 6$

$f^{IV}(x) = -6\sin x$

$f^{IV}(0) = 0$

$f^{V}(x) = -6\cos x$

$f^{V}(0) = -6$

$f^{VI}(x) = 6\sin x$

$f^{VI}(0) = 0$

$f^{VII}(x) = 6\cos x$

$f^{VII}(0) = 6$

$f(x) = f(0) + x \cdot f'(0) + \frac{x^2}{2!} \cdot f''(0) + \frac{x^3}{3!} \cdot f'''(0) \ldots$

$f(x) = 0 + x \cdot 0 + \frac{x^2}{2!} \cdot 0 + \frac{x^3}{3!} \cdot 6 + \frac{x^4}{4!} \cdot 0 + \frac{x^5}{5!} \cdot (-6)$

$+ \frac{x^6}{6!} \cdot 0 + \frac{x^7}{7!} \cdot 6$

$f(x) = 6\frac{x^3}{3!} - 6\frac{x^5}{5!} + 6\frac{x^7}{7!}$

$f(x) = \cancel{6} \cdot \frac{x^3}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} - \cancel{6}\frac{x^5}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 4 \cdot 5} + \cancel{6}\frac{x^7}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \ldots}$

$f(x) = x^3 - \frac{x^5}{20} + 6\frac{x^7}{7!}$

$f'(x) = 3\sin^2 x \cdot \cos x$

MATEMATIKA 1
NAUČITI DERIVACIJU
KOMPOZICIJE FUNKCIJE

IME I PREZIME: MATIJA JAKOBAC BROJ INDEKSA:

2. $\int_{-4}^{4} (-x^2+16)\,dx$

$P = \frac{\Delta x}{2}\left[y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + y_3 \dots)\right]$

TAYLOROVA FORMULA

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_k	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y_k	0	7	12	15	16	15	12	7	0

$\Delta x = \frac{b-a}{8} = \frac{4-(-4)}{8} = 1$

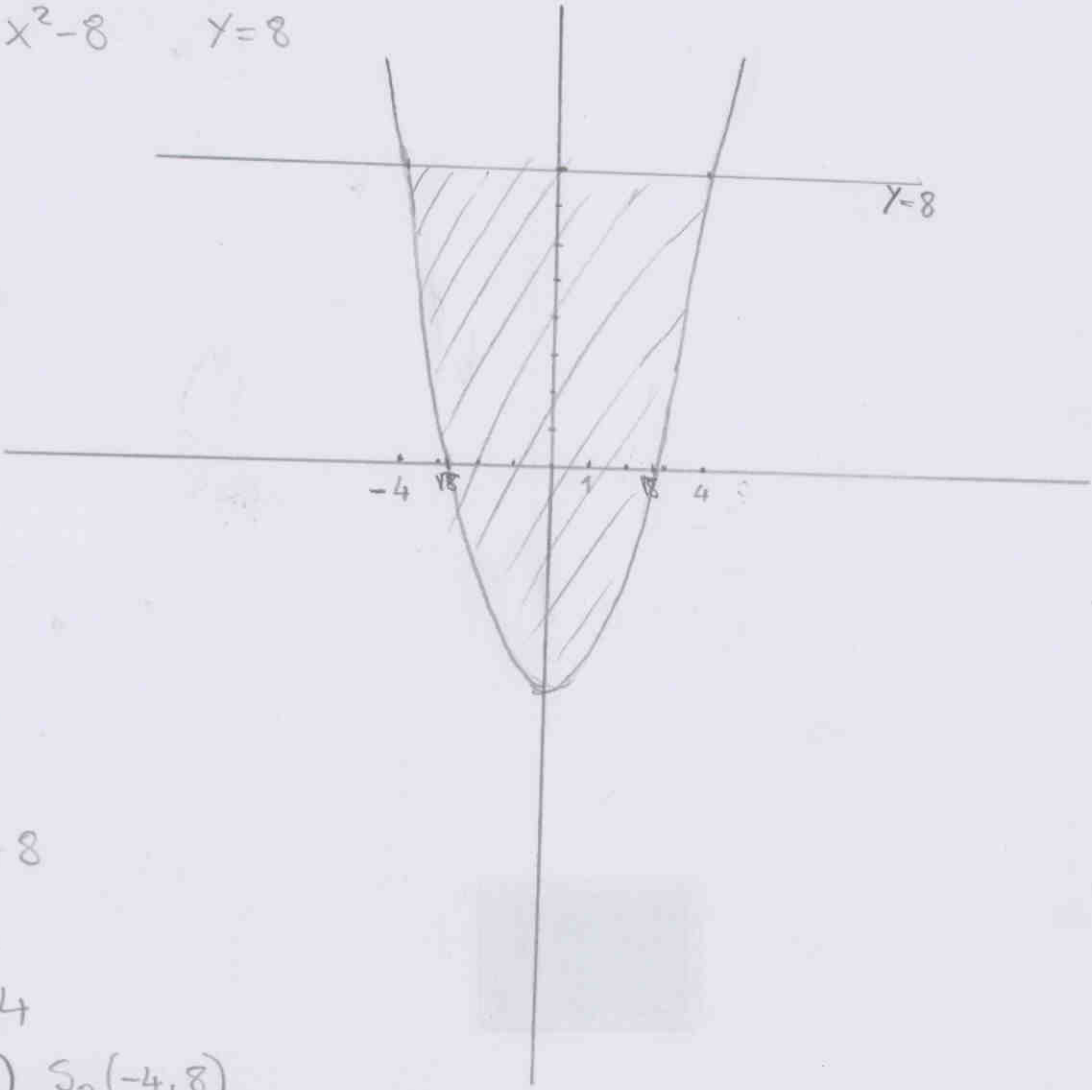
$P = \frac{1}{2}\left[0 + 0 + 2(7 + 12 + 15 + 16 + 15 + 12 + 7)\right]$

$P = 84$

15

IME I PREZIME: MATIJA JAKOBAC BROJ INDEKSA:

3. $y = x^2 - 8 \quad y = 8$



$x^2 - 8 = 8$

$x^2 = 16$

$x = \pm 4$

$S_1(4,8) \quad S_2(-4,8)$

$y = x^2 - 8 \quad a > 0 \quad \cup$

$0 = x^2 - 8$

$x^2 = 8$

$x = \pm\sqrt{8}$

$$P = \int_{-4}^{4} \left(8 - (x^2 - 8)\right) dx = \int_{-4}^{4} (8 - x^2 + 8)\, dx = \int_{-4}^{4} (-x^2 + 16)\, dx$$

$$= -\int_{-4}^{4} x^2 dx + \int_{-4}^{4} 16 dx = -\frac{x^3}{3} + 16x \Big|_{-4}^{4} = -\frac{4^3}{3} + 16 \cdot 4 - \left(-\frac{(-4)^3}{3} + 16 \cdot (-4)\right)$$

$$= -\frac{64}{3} + 64 - \left(+\frac{64}{3} - 64\right) = -\frac{64}{3} + 64 - \frac{64}{3} + 64 = -\frac{128}{3} + 128 \approx 85$$

15

Popuniti odmah!

Ime i prezime: Frane Ženić **Broj indeksa:** 0264037125 10

Datum: **Vrijeme: od** **do** .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti početak (prvih nekoliko članova koji nisu nula) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = \sin^3 x$ oko točke $x_0 = 0$. ~~10~~ 0
2. Procijeniti površinu između parabole $y = x^2 - 8$ i pravca $y = 8$ diskretizacijom u nekoliko točaka (bez računanja integrala). 15
3. Izračunati površinu između parabole $y = x^2 - 8$ i pravca $y = 8$. 15
4. Ispitati domenu, diferencijabilnost i ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{2}{xy}$. ~~20~~ 10
5. Riješiti: $y' + 2xy + 3 = x$. 20
6. Riješiti: $y'' - 4y' + 4y = x^2$. 20

1. $f(x) = \sin^3 x$ $\quad x_0 = 0$

1. $f(x_0) = f(0) = \sin^3 0 = 0$

$f'(x) = 3\sin^2 x \cdot \cos x$ $\quad f'(x) = 3\cdot(\sin^2 x \cdot \cos x)$

$f'(0) = 0$

$f''(x) = (2\cdot\sin x \cdot \cos x \cdot \cos x + \sin x \cdot (-\sin x))\cdot 3$

$f''(x) = (2\cdot\sin x \cos x + \sin^3 x)\cdot 3 = (\ldots)\cdot 6$

$f''(0) = 0$

$f'''(x) = (\cos^2 x \cdot \cos x + \sin x(-\sin x) - 3\sin^2 x\cos x)\cdot 6$

$f'''(0) = (1 + 0 - 0)\cdot 6$

$f'''(0) = 6$

$f^{IV}(x) = \ldots$

Ime i prezime: Frane Žonić **Broj indeksa:**

1. $f^{IV}(x) = 6 \cdot (2 \cdot \cos x (-\sin x) - 2 \sin x \cos x) + 2 \cdot (3\cos^2 x - \sin x - 2 \cdot [2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x + \sin^2 x \cdot (-\sin x)] - 3 \cdot (2 \sin x \cos x \cdot \cos x + 3 \sin^2 x \cdot (-\sin x))$

$$f^{IV}(0) = 6 \cdot (2 \cdot 1 \cdot 0) + 2 \cdot (3 - 0 - 0) - 3 \cdot (0)$$

$$= 0 + 6$$

$$= 6$$

IME I PREZIME: Frane Tenić   BROJ INDEKSA:

~~Izračunati površinu između parabole $y=x^2-8$~~ i pravca $y=8$

$6\cdot(\cos x\cdot\cos\alpha+\sin x\cdot(-\sin x))+2\cdot(\cos\alpha\cdot\cos^2 x+$
$\sin\cdot 2\cos x(\sin\alpha))-3\sin^2\alpha\cos\alpha$

1. $f(\alpha)=\sin^3\alpha \qquad \alpha_0=0$

$f(\alpha_0)=f(0)=\sin^3=0$

$6\cdot(\sin x\cos x)+2\cdot(\sin\alpha\cos^2 x)-\sin^3\alpha$

$2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos\alpha+\sin^2 x(-\sin\alpha)$

$0+0=0$

$f'(\alpha)=3\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha$

$f'(0)=0$

$f''(x)=3\left((\sin^2 x)'\cdot\cos x+\sin^2 x\cdot(\cos x)'\right)$
$=3(2\sin x\cos x\cdot\cos x-\sin^3 x)$

$f''(\alpha)=+3\cdot 2\cdot\sin x\cdot\cos\alpha+2\sin\alpha\cos x\cdot\cos\alpha+\sin^2 x\cdot(-\sin\alpha)$ ✗

$f''(\alpha)=6\sin\alpha\cos\alpha+2\sin\alpha\cos^2 x-\sin^3\alpha \quad =6\cdot(\sin x\cos x)+2\cdot(\sin\alpha\cos^2\alpha)-\sin^3 x$

$f''(0)=6\cdot 0+2\,0-0$

$f''(0)=0$

∅

$f'''(\alpha)=6\cdot(\cos x\cdot\cos\alpha+\sin\alpha\cdot(-\sin\alpha))+2\cdot(\cos\alpha\cdot\cos^2 x+\sin x\cdot 2\cos x(-\sin x))-$
$3\cdot\sin^2\alpha\cos x$

$f'''(\alpha)=6\cdot(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)+2\cdot(\cos^3\alpha-2\sin^2\alpha\cos\alpha)-3\sin^2 x\cos\alpha$
$f'''(0)=6+2$

$=8$

rješenje

nastavak za $f^{IV}(x_0)$ ↗

$f(\alpha)=f(\alpha_0)+(\alpha-\alpha_0)\cdot f'(\alpha_0)+\frac{(x-\alpha_0)^2}{2!}\cdot f''(\alpha_0)+\frac{(x-\alpha_0)^3}{3!}\cdot f'''(x_0)+\frac{(\alpha-\alpha_0)^4}{4!}\cdot f^{IV}(x_0)$

$f(x)=0+(x-0)\cdot 0+\frac{(x-x_0)^2}{2!}\cdot 0+\frac{(x-0)^3}{3!}\cdot 8+\frac{(x-0)^4}{4!}\cdot 6$
$=\frac{x^3}{6}\cdot 8+\frac{x^4}{24}\cdot 6=\frac{4x^3}{3}+\frac{x^4}{4}$

IME I PREZIME: Frane Zenić BROJ INDEKSA: 0069037125

4. $x^2+y^2+\frac{2}{xy}$

$D(f)=\{(x,y): x\neq 0, y\neq 0\}$ ✓

$\partial_x f = 2x - \frac{2}{x^2y} = 0 \Rightarrow 2x = \frac{2}{x^2y}$

$\partial_y f = 2y - \frac{2}{xy^2} = 0 \Rightarrow 2y = \frac{2}{xy^2}$

$x^3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x^3}$

$y^3x = 1$

$\left(\frac{1}{x^3}\right)^3 \cdot x = 1$

$\frac{x}{x^9} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x^8} = 1,\ 1 = x^8$

$x^8 - 1 = 0$

$(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)=0$

$x_1 = -1, y_1 = -1$

$x_2 = 1, y_2 = 1$

$\partial_x f = 2x + \frac{-2\cdot y}{(xy)^2}$

$\boxed{\partial_x f = 2x - \frac{2}{x^2y}}$

$\partial_{xx} f = 2 - \frac{-2\cdot 2xy}{(x^2y)^2}$

$\partial_{xx} f = 2 + \frac{4xy}{x^4y^2}$

$\partial_{xx} f = 2 + \frac{4}{x^3y}$ ✓

$\partial_y f = 2y + \frac{-2\cdot x}{x^2y^2}$

$\boxed{\partial_y f = 2y + \frac{2}{xy^2}}$ ×

$\partial_{yy} = 2 - \frac{-2\cdot 2yx}{(xy^2)^2}$

$\boxed{\partial_{yy} = 2 + \frac{4}{xy^3}}$ ✓

$\partial_{xy} = 0 - \frac{-2\cdot x^2}{(x^2y)^2}$

$\partial_{xy} = \frac{2}{x^2y^2}$ ✓

$\partial_{yx} = \frac{2}{x^2y^2}$

$\partial_x f = 0 \quad \partial_y f = 0$

$2x - \frac{2}{x^2y} = 0 \,|\cdot(-1) \quad 2x = \frac{2}{x^2y} \,|:2 \quad x = \frac{1}{x^2y} \,|:x$

? $\Rightarrow$ $2y - \frac{2}{xy^2} = 0$ ✓ $\quad 2y = \frac{2}{xy^2} \,|:2 \quad y = \frac{1}{xy^2} \,|:y$

$1 = \frac{1}{x^3y}$

$1 = \frac{1}{xy^3}$

$T_1(1,1)$ ✓

$T_2(-1,-1)$ ✓

$\Delta = \begin{vmatrix} \partial_{xx} f & \partial_{xy} f \\ \partial_{yx} f & \partial_{yy} f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} 32$

$\Delta > 0$

$T_1(1,1)$ $\Delta = \begin{vmatrix} \partial_{xx} f & \partial_{xy} f \\ \partial_{yy} f & \partial_{yx} f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$ Stacionarna točka T_1 nema ekstrema ×

10

$T_2(-1,-1)$ $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$ Stacionarna točka T_2 nema ekstrema

Popuniti odmah!
IME I PREZIME: DEMS BLASLOV
DATUM: 08.07-2011 VRIJEME: OD 09:00 DO

BROJ INDEKSA: 56320-2008

7

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti početak (prvih nekoliko članova koji nisu nula) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = \sin^3 x$ oko točke $x_0 = 0$. ~~10~~ 0
2. Procijeniti površinu između parabole $y = x^2 - 8$ i pravca $y = 8$ diskretizacijom u nekoliko točaka (bez računanja integrala). 15
3. Izračunati površinu između parabole $y = x^2 - 8$ i pravca $y = 8$. ~~15~~ 7
4. Ispitati domenu, diferencijabilnost i ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{2}{xy}$. 20
5. Riješiti: $y' + 2xy + 3 = x$. ~~20~~ 0
6. Riješiti: $y'' - 4y' + 4y = x^2$. 20

IME I PREZIME: Denis Blašković   BROJ INDEKSA: 56320-2008

1

$(\sin x)^3$

$f(x) = \sin^3 x$

$f'(x) = 3\sin^2 x$

$f'(0) = 0$

$f'' = 6\sin x$

$f''(0) = 0$

$f'''(x) = 6\cos x$

$f'''(0) = 6$

$f^{IV}(x) = -6\sin x$

$f^{IV}(0) = 0$

$f^{V}(x) = -6\cos x$

$f^{V}(0) = -6$

$f^{VI}(x) = 6\sin x$

$f^{VI}(0) = 0$

$f^{VII}(x) = 6\cos x$

$f^{VII}(0) = 6$

$f(x) = f(0) + x \cdot f'(0) + \frac{x^2}{2} f''(0) + \ldots$

$\frac{x^3}{3} f'''(0)$

$f(x) = 0 + x \cdot 0 + \frac{x^2}{2!} \cdot 0 + \frac{x^3}{3!} \cdot 6 + \frac{x^4}{4!} \cdot 0 + \frac{x^5}{5!} \cdot (-6) + \frac{x^6}{6!} \cdot 0 + \frac{x^7}{7!} \cdot 6$

$f(x) = 6\frac{x^3}{3!} - 6\frac{x^5}{5!} + 6\frac{x^7}{7!}$

$f(x) = \cancel{6}\frac{x^3}{\cancel{6}} - 6\frac{x^5}{120} + 6\frac{x^7}{\cancel{740}}$

$f(x) = x^3 - \frac{x^5}{20} + 3\frac{x^7}{70}$

0

$1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot 5 \cdot \overset{2}{\cancel{6}} \cdot 7$

$f'(x) = 3\sin^2 x \cdot \cos x$

MATEMATIKA 1

NAUČITI DERIVACIJU KOMPOZICIJE FUNKCIJE

IME I PREZIME: Denis Blaslov

BROJ INDEKSA: 56320-2008

5.

$y' + 2xy + 3 = x$

$y' + 2x \cdot y = x - 3$

$y' + f(x) \cdot y = g(x)$

$f(x) = 2x$

$g(x) = x - 3$

$y = e^{-\int f(x)} \cdot \left[\int e^{\int f(x)} \cdot g(x) + c \right]$

$-\int = 2x\,dx = -2\frac{x^2}{2}$

$\int = 2x\,dx \quad 2\frac{x^2}{2}$

$\boxed{\frac{2x^2}{2} = x^2}$

$y' = e^{-\frac{2x^2}{2}} \cdot \left[\int e^{\frac{2x^2}{2}} \cdot (x-3)\,dx + c \right]$

$\frac{2x^2}{2} = t_1 \quad / \cdot 2$

$2x^2 = 2t$

$4x = 2t$

$x = \frac{2t}{4}$

$dx = \frac{1}{2}\,dt$

KOD PRELASKA $x \mapsto t$ VIŠE SE NE SMIJE POJAVITI x

?

$y' = e^{-t} \cdot \left[\int e^{t_1} \cdot (x-3) \frac{1}{2} \cdot dt \right.$

$y' = e^{-t_1} \frac{1}{2} \left[\int e^{t_1} \cdot (x-3) \right]$

$x - 3 = t_2$

$dx = dt$

$\emptyset$

$y' = e^{-t} \frac{1}{2} \left[\int e^{t_1} \cdot t\,dt + c \right]$

$y' = e^{-t} \frac{1}{2} \cdot \left[e^{t_1} \cdot \frac{t^2}{2} \right]$

$y' = e^{-t} \cdot \frac{1}{2} e^{t} \cdot \frac{t^2}{4} \Rightarrow y' = e^{-\frac{2x^2}{2}} \cdot \frac{1}{2} e^{\frac{4x}{2}} \cdot \frac{(x-3)^2}{4} = y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x-2)^2}{4}$

Ime i prezime: Denis Blaslov **Broj indeksa:** 56320-2008

$f(x) = \sin^3 x$

$x_0 = 0$

$f(x) = \sin^3 x$ $\quad$ $f(0) = \sin 0 = 0$

$f'(x) = 3\sin^2 x$ $\quad$ $\cancel{f'(0) = 3\sin^2 x}$

$f''(x) = 2\sin x \cdot x$

$f(0) =$

$\cancel{(\sin x)^3}$

$\cancel{3\cos \sin^2 x}$

$\cancel{(3\sin x)^2}$

$\cancel{2\sin x \cdot x}$

3. $y = x^2 - 8$

$y = 8$

$x^2 - 8 = 8$

$x^2 = 16$

$x = \pm 4$ ✓

$S_1(-4, 8)$

$(4, 8)$ ✓

$y = x^2 - 8$

$x^2 = 8$

$x = \pm\sqrt{8}$

VIDI JAKOBAC

$P = \int_{-4}^{4} 8 - (x^2 - 8)\,dx$

$P = \int_{-4}^{4} 8 - x^2 + 8\,dx$

$P = 16\int x^2 + 16\,dx$ X

$P = \frac{x^3}{3} + 16x \Big|_{-4}^{4}$

$P = \frac{-4^3}{3} + 16 \cdot 4 - \left(\frac{(-4)^3}{3} + 16 \cdot (-4)\right)$

$P = 16\,\frac{64}{3} + 64 - \left(-\frac{64}{3} - 64\right)$

$P = \frac{64}{3} + 64 - \frac{64}{3}$

$P = \frac{128}{3} + 128$

$\boxed{P = \int (-x^2 + 16)\,dx}$

7