Popuniti odmah!

Ime i prezime: TIBOR MANDARIĆ **Broj indeksa:** ~~0035~~ 57661 15

Datum: Vrijeme: od do .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(0,0)$, $B(2,3)$ i $C(4,2)$. 15 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Odrediti $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. 15 $\emptyset$
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{x^3}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = x - y + \dfrac{1}{xy}$. 20 $\emptyset$
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $\sqrt[3]{x}\, y\, y' = 1 - x^2$ 20 $\emptyset$
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

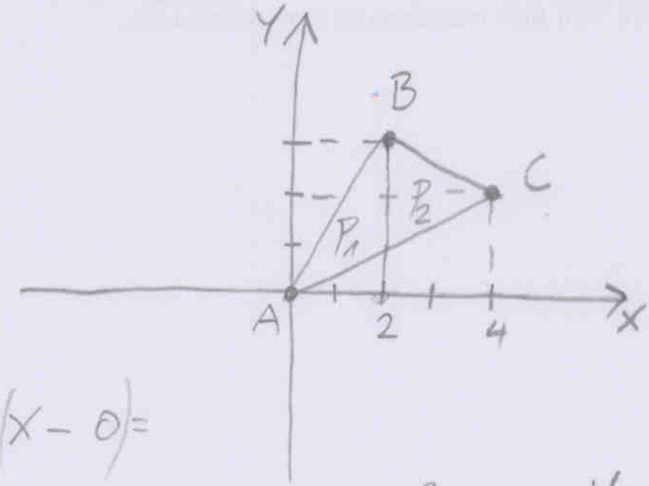
$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 2$$

IME I PREZIME: TIBOR MANDARIĆ BROJ INDEKSA: 57661

1. $A(\overset{x_1}{0},0)$

$B(\overset{x_2}{2},3)$

$C(4,2)$



$r_{AB} \ldots Y-0=\frac{3-0}{2-0}(X-0)=$

$Y=\frac{3}{2}X$

$r_{AC} \ldots Y-0=\frac{2-0}{4-0}(X-0)$

$r_{AC} \ldots Y=\frac{1}{2}X$

$r_{BC} \ldots Y-3=\frac{2-3}{4-2}(X-X_1)$

$Y-3=-\frac{1}{2}X+1$

$Y=-\frac{1}{2}X+4$

$-\frac{3}{2}+\frac{6}{2}=\frac{3}{2}$

$P_1=\int_0^2\left(\frac{3}{2}x-\left(\frac{1}{2}x\right)\right)dx=\int_0^2 x\,dx=\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^2=2-0=2$

$P_2=\int_2^4\left(-\frac{1}{2}x+4-\left(\frac{1}{2}x\right)\right)dx=\int_2^4(-x+4)\,dx=\left(-\frac{x^2}{2}+4x\right)\Big|_2^4=(-8+16)-(-2+8)$

$=8-6=2$

$P=P_1+P_2=\underline{4}$ ✓

$\underline{15}$

IME I PREZIME: TIBOR MANDARIĆ BROJ INDEKSA: 57661

2. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{x+1} \,/\, d \\ dt = (x+1)^{-\frac{1}{2}} dx \\ dx = \frac{dt}{\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{x+1}}}} = \sqrt{x+1}\,dt \end{array} \right| =$$

TREBA SVAKI "x" ZAMIJENITI SA "t"

$$= \int_{-1}^{1} \frac{\sqrt{x+1}}{t}\,dt =$$

OVDJE SU OSTALI I "x" I "t"

$$= t\sqrt{x+1} - \int t \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\,dx \Big|_{-1}^{1} =$$

$$= \sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x+1} - \left(\int \cancel{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1}{2\cancel{\sqrt{x+1}}}\,dx\right)\Big|_{-1}^{1}$$

$$= \left(x + 1 - \frac{1}{2}x\right)\Big|_{-1}^{1} =$$

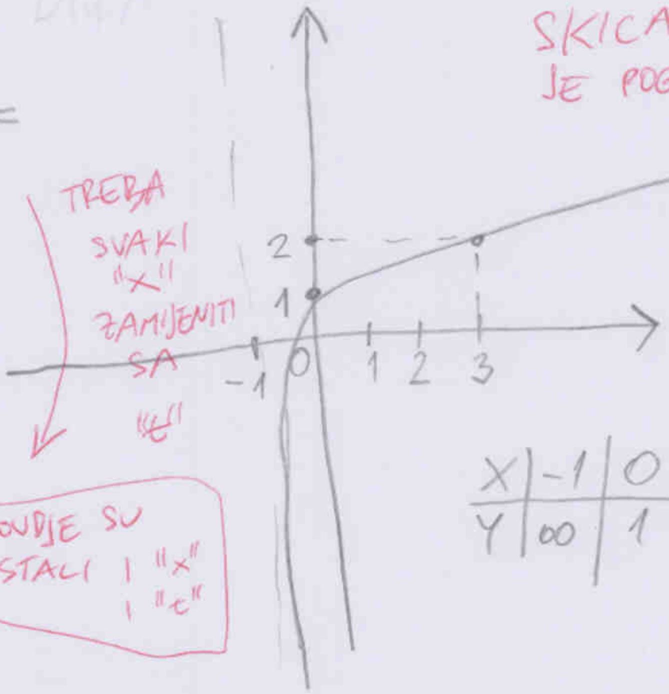
$$= \left(\frac{1}{2}x + 1\right)\Big|_{-1}^{1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \underline{\underline{1}}$$

$u = \sqrt{x+1} \,/\, d$

$du = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\,dx$

$dv = dt \,/ \int$

$v = t$



SKICA GRAFA JE POGREŠNA !

SKICIRATI GRAF POMOĆU TOKA FUNKCIJE

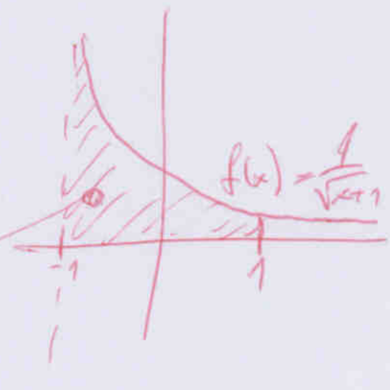
x	-1	0	3
y	∞	1	2

$\frac{1}{\sqrt{x+1}}$

0

P = 1

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx = \left\{ \begin{array}{l} t = x+1 \\ dt = dx \end{array} \right\} = \int_{-1}^{1} t^{-\frac{1}{2}}\,dt = \ldots$$



OZNAČENA POVRŠINA ODGOVARA IZRAČUNATOM INTEGRALU

IME I PREZIME: TIBOR MANDARIĆ BROJ INDEKSA: 57661

4. $f(x,y)=x-y+\frac{1}{xy}$

$f_x(x,y)=1$

$f_y(x,y)=-1$

$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(x-y+\frac{1}{xy}\right)=1-0+\frac{1}{y}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$T(1,-1)$

$A=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=1$

$B=\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}=0$

$C=\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=-1$

$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-1$ FUNKCIJA NEMA EKSTREME

$\varnothing$

5. $\sqrt[3]{x}\,yy'=1-x^2$

$yy'=\frac{1-x^2}{\sqrt[3]{x}}$

$y+y'=0$

$\varnothing$