

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: *Luka Javrić*

BROJ INDEKSA: *57680*

DATUM: *08. 03. 2011.* VRIJEME: OD *10:20* DO *10:40*

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓  
bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama  $A(0,0)$ ,  $B(2,3)$  i  $C(4,2)$ .

~~15~~

2. Zadano je  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ . Odrediti  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ . Skicirati graf funkcije  $f$  i površinu koja je određena integralom  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

~~15~~

3. Grafički prikazati funkciju  $f(x,y) = \frac{x^3}{y}$  pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$ ?

15

4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije  $f(x,y) = x - y + \frac{1}{xy}$ .

20

5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu:  $\sqrt[3]{x} y y' = 1 - x^2$

20

6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe:

15

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

1.  $A(0,0)$ ,  $B(2,3)$ ,  $C(4,2)$

$$AB: (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

$$(y - 0) = \frac{3 - 0}{2 - 0} \cdot (x - 0)$$

$$y = \frac{3}{2} x$$

$$AC: (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

$$(y - 0) = \frac{2 - 0}{4 - 0} \cdot (x - 0)$$

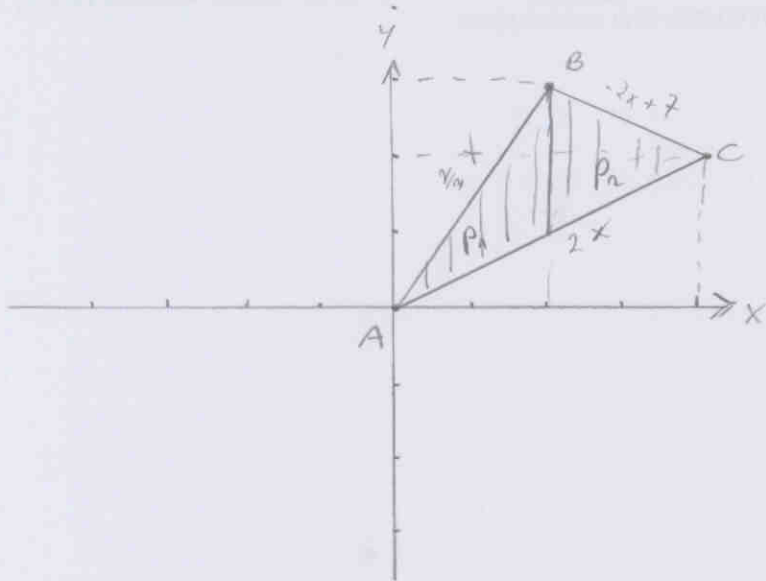
$$y = \frac{1}{2} x$$

$$BC: (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

$$(y - 3) = \frac{2 - 3}{4 - 2} \cdot (x - 2)$$

$$y = -2x + 5 + 3$$

$$y = -2x + 8$$



$P = P_1 + P_2$

$P_1 = \int \text{?}$



$P_1 = \int_0^2 \int_{AC}^{AB} dy dx$

$P_2 = \int_2^4 \int_{AC}^{BC} dy dx$

$\frac{1}{\sqrt{x+1}} = (x+1)^{-\frac{1}{2}}$

2.  $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx \neq \int_{-1}^1 (x+1)^{\frac{1}{2}} dx = \left\{ \begin{array}{l} x+1 = t \\ dx = dt \end{array} \right\}$

$= \int_{-1}^1 t^{\frac{1}{2}} \cdot dt = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2t^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{2}{3} (x+1)^{\frac{3}{2}} + C$

ODREĐENI INTEGRAL  
ZA REZULTAT IMA BROJ!

SKICA GRAFA  
I POUŠINE  
ODREĐENE  
INTEGRALOM →



Popunite odmah!

IME I PREZIME: LUKA KURICIC

BROJ INDEKSA: 58076

DATUM: 08.09.2011. VRIJEME: OD 09 DO 15

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓  
bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama  $A(0,0)$ ,  $B(2,3)$  i  $C(4,2)$ . ~~15~~
2. Zadano je  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ . Odrediti  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ . Skicirati graf funkcije  $f$  i površinu koja je određena integralom  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ . ~~15~~
3. Grafički prikazati funkciju  $f(x,y) = \frac{x^3}{y}$  pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$ ? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije  $f(x,y) = x - y + \frac{1}{xy}$ . 20
5. Riješiti diferencijalnu jednačinu:  $\sqrt[3]{x} y y' = 1 - x^2$  20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednačine: 15

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

① NASTAVAK

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{1}{2} \pm \sqrt{(\frac{1}{2})^2 - 4 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-\frac{1}{2})}}{2 \cdot \frac{3}{2}}$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{12}{4}}}{\frac{6}{2}}$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 3}}{3}$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{13}{4}}}{3}$$

$$\boxed{x_1 = 0,46}$$
  
$$\boxed{x_2 = 0,13}$$

$$\int_{0,13}^{0,46} \frac{3}{2} x dx - \left( \int -\frac{1}{2} x + 1 \right) - \left( \int \frac{1}{2} x \right)$$

$$\left[ \left( \frac{3}{2} \cdot 0,46 + \frac{1}{2} \cdot 0,46 + 1 - \frac{1}{2} \cdot 0,46 \right) - \left( \frac{3}{2} \cdot 0,13 + \frac{1}{2} \cdot 0,13 + 1 - \frac{1}{2} \cdot 0,13 \right) \right]$$

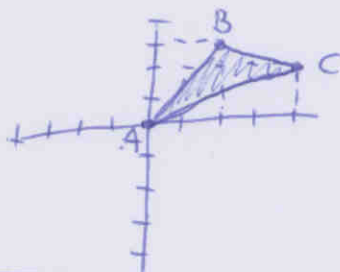
$$= 0,69 + 0,23 + 1 - 0,23 - 0,195 - 0,065 + 1 + 0,065 = 0,495$$
  
$$P = 0,495$$

①  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$

$A=0 \quad B=2 \quad C=-2$

$A=0 \quad B=3 \quad C=2$

~~$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$~~   
 ~~$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{12 - 4 \cdot 0 \cdot 4}}{2 \cdot 0}$~~   
 ~~$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{12}}{0}$~~



$\overline{BC} \rightarrow (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

$(y - 3) = \frac{2 - 3}{4 - 2} (x - 2)$

$(y - 3) = -\frac{1}{2} (x - 2)$

$(y - 3) =$   ~~$-\frac{1}{2} (x - 2)$~~

$y = -\frac{1}{2}x - 2 + 3$   ~~$x$~~

$y = -\frac{1}{2}x + 1$   ~~$x$~~

$\overline{AB} \rightarrow (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

$(y - 0) = \frac{3 - 0}{2 - 0} (x - 0)$

$(y - 0) = \frac{3}{2} x$

$(y - 0) = \frac{3x}{2}$

$y = \frac{3}{2} x$  ✓

$AC \rightarrow (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

$(y - 0) = \frac{2 - 0}{4 - 0} (x - 0)$

$(y - 0) = \frac{1}{2} x$

$y = \frac{1}{2} x$

①  $\int \frac{3}{2} x dx$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C$

②  $\int -\frac{1}{2} x + 1$

~~$-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + x + C$~~

③  $\int \frac{1}{2} x = -\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C$

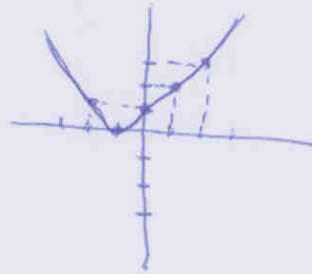
~~$-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C$~~

②  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

$\int_{-1}^1 f(x) dx$

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{(x+1)^{\frac{1}{2}}} = (x+1)^{-\frac{1}{2}}$

x	f(x)
-2	-2+1=-1
-1	-1+1=0
0	0+1=1
1	1+1=2
2	2+1=3



$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{(x+1)^{\frac{1}{2}}} dx =$  ~~...~~

~~...~~  $= \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$

~~...~~  $dx = dt$

~~...~~  $(x+1) dx = t^2 / 1$

~~...~~  $dx = 2t$

~~...~~  $= \int_{-1}^1 \frac{2dt}{\sqrt{t^2}}$

~~...~~  $= \int_{-1}^1 \frac{2dt}{t} = \int_{-1}^1 \frac{dx}{x+1}$

~~...~~  $= \ln(x+1)^{\frac{1}{2}} \Big|_{-1}^1$

~~...~~  $\ln \sqrt{2} - (-\sqrt{-1+1})$

~~...~~  $\ln \sqrt{2} + \sqrt{0}$

~~...~~  $\ln \sqrt{2}$

$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx = \int_{-1}^1 (x+1)^{-\frac{1}{2}} dx = \int_{dt=dx}^{t=x+1} dt = \dots$