Popuniti odmah!

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA **BROJ INDEKSA:** 17-2-0012-2010

82

DATUM: 8.9.2011. VRIJEME: OD 10:00 DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, dx$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\, dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. ~~15~~ 10
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? ~~15~~ 2
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$. ~~20~~ 15+5
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y' + 4y = x, \quad y(0) = 0$$

2. $$\int \frac{1}{(x+1)^2}\,dx = \left[\begin{matrix} x+1=t \\ dx = dt \end{matrix}\right] = \int \frac{1}{t^2}\,dt = \int t^{-2}\,dt = \frac{t^{-1}}{-1}$$

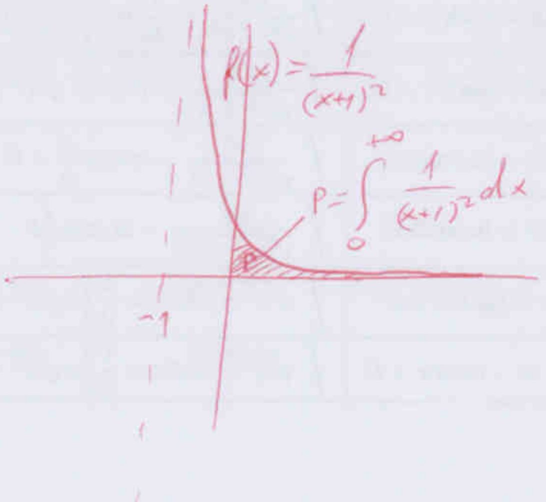
$$= -\frac{1}{t} = -\frac{1}{x+1}$$

$$\left(-\frac{1}{x+1}\right)_0^{+\infty} = \left(-\frac{1}{\infty}\right) - \left(-\frac{1}{1}\right) = -\frac{1}{\infty} + 1$$

$$= -0 + 1 = 1$$

10

SKICA GRAFA



IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

6. $y' + 4y = x \qquad y(0) = 0$

$$y = e^{-\int 4dx}\left[\int e^{4\int dx} \cdot x\,dx + C\right]$$

$$y = e^{-4x}\left[\int e^{4x} x\,dx + C\right]$$

$$I_1 = \int e^{4x} x\,dx = \begin{bmatrix} u = x & dv = e^{4x}dx \\ du = dx & \end{bmatrix}$$

$$v = \int e^{4x}dx = \begin{bmatrix} 4x = t \\ 4dx = dt \\ dx = \frac{dt}{4} \end{bmatrix}$$

$$v = \frac{1}{4}\int e^{t}dt = \frac{1}{4}e^{t} = \frac{1}{4}e^{4x}$$

$$I_1 = x\,\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{1}{4}\int e^{4x}dx$$

$$I_1 = \frac{1}{4}xe^{4x} - \frac{1}{16}e^{4x}$$

$$y = e^{-4x}\left(\frac{1}{4}xe^{4x} - \frac{1}{16}e^{4x} + C\right)$$

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{16} + Ce^{-4x}$$

$$0 = \frac{1}{4}\cdot 0 - \frac{1}{16} + Ce^{0}$$

$$0 = 0 - \frac{1}{16} + C$$

$$\boxed{C = \frac{1}{16}}$$

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{16} + \frac{1}{16}e^{-4x}$$ ✓

15

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

4. $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x} - y - 2(x-1) = \frac{1}{x} - y - 2x + 2$ ✓

$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{y} - x$

DOMENA?

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -\frac{1}{x^2} - 2$

$\frac{\partial f}{\partial x \partial y} = -1$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial f}{\partial y \partial x} = -1$

$T(1,1)$

$A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1,1) = -\frac{1}{1} - 2 = -1 - 2 = -3$

$B = \frac{\partial f}{\partial x \partial y} = -1$

$C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1,1) = -\frac{1}{1} = -1$

$\Delta = \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 3 - 1 = 2 > 0$ $\exists$ ekstrem ✓

$A < 0$ maximum

~~20~~

$\underline{15}$

$Z_{max}(1,1) = \ln 1 + \ln 1 - 1 \cdot 1 - (1-1)^2$

$= 0 + 0 - 1 - 0$

$= -1$ ✓

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

4. $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$

$D_f = \{(x,y) : x > 0, y > 0\}$ DOMENA ✓ 5

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x} - y - 2(x-1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{y} - x$$

$$\frac{1}{x} - y - 2(x-1) = 0$$
$$\frac{1}{y} - x = 0$$

$$\frac{1}{x} - y - 2x + 2 = 0$$
$$\frac{1}{y} - x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{y}, \ \boxed{x = 1}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{y}} - y - 2 \cdot \frac{1}{y} + 2 = 0 \qquad T(1,1)$$

$$y - y - \frac{2}{y} + 2 = 0 \ / \cdot y$$

$$\cancel{y^2} - \cancel{y^2} - 2 + 2y = 0$$
$$2y = 2$$
$$\boxed{y = 1}$$

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

1. $\int x^3 \ln x\, dx = \left[\begin{array}{ll} u = \ln x & dv = x^3 dx \\ du = \frac{1}{x} dx & v = \int x^3 dx,\ v = \frac{x^4}{4} \end{array} \right]$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4}\int \frac{x^4}{x} dx$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4}\int x^3 dx$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4}$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{x^4}{16} + C$ ✓

3. $f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$

2

$x^2+y^2 \neq 0$

$Df = \{(x,y) : x^2+y^2 \neq 0\} = \{(x,y) : (x,y) \neq (0,0)\} = \mathbb{R}\times\mathbb{R} \setminus \{(0,0)\}$

$\frac{1}{x^2+y^2} = c \quad / \cdot (x^2+y^2)$

$x^2+y^2 = \frac{1}{c}$ KRUŽNICE RADIJUSA $\sqrt{\frac{1}{c}}$

$1 = cx^2 + cy^2$

$cy^2 = 1 - cx^2 \quad / : c$

$y^2 = \frac{1-cx^2}{c} \quad / \sqrt{\ }$

$y = \sqrt{\frac{1-cx^2}{c}}$ $\quad \frac{1-cx^2}{c} \geq 0$ $\quad \frac{1}{c} - \frac{cx^2}{c} \geq 0$

$Im(f) = \{x : x \leq \frac{1}{\sqrt{c}}\}$

$\frac{1}{c} - x^2 \geq 0$

$-x^2 \geq -\frac{1}{c} \quad / \cdot (-1)$

$x^2 \leq \frac{1}{c} \quad / \sqrt{\ }$

$x \leq \frac{1}{\sqrt{c}}$

RAZINSKE KRIVULJE: $y = \sqrt{\frac{1-cx^2}{c}}$

$c = 1$ $\quad y = \sqrt{\frac{1}{c} - x^2}$ $\quad y = \sqrt{1-x^2}$

x	0	1	
y	1	0	

$c = 2$ $\quad y = \sqrt{\frac{1}{2} - x^2}$

x	0	1
y	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	

$c = 3$ $\quad y = \sqrt{\frac{1}{3} - x^2}$

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA

BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2012

5. $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$ GREŠKA U TISKU ZADATKA

$r^2 + 3r + 2 = 0$

$r_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2}$ $r_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$

$r_1 = -2$ $r_2 = -1$

$y_H = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$

$y_H = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$

$f(x) = e^{2x} \Rightarrow a = 2$

$a \neq r_1\ r_2$

$S = 0$

$y_P = x^0 A e^{2x}$

$y_P = A e^{2x}$

$y'_P = 2Ae^{2x}$

$y''_P = 4Ae^{2x}$

$+2Ae^{2x}$

$4Ae^{2x} + 3 \cdot 2Ae^{2x} + 2 = e^{2x}$

$4Ae^{2x} + 6Ae^{2x} + 2 = e^{2x}$

$e^{2x}(4A + 6A) + 2 = e^{2x}$

$4A + 6A = 1$

$10A = 1$

$A = \frac{1}{10}$ × $\frac{1}{12}$

$y_P = \frac{1}{10} e^{2x}$

$y = y_H + y_P$

$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{10} e^{2x}$

POSTUPAK DOBAR

GREŠKA NASTALA VJEROJATNO ZBOG GREŠKE U OTISKU ZADATKA

20

Popuniti odmah!

Ime i prezime: BORIS PUDELKO **Broj indeksa:** 17-2-0039-2010

Datum: 08.09 Vrijeme: od 09:50 do .

35

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, dx$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\, dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. ~~15~~ 10
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? ~~15~~ 0
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$. ~~20~~ 10
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 3y' + 2 = e^{2x}$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y' + 4y = x, \quad y(0) = 0$$

1. $$\int x^3 \ln x\, dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x, \; du \; \frac{1}{x} dx \\ dv = x^3 dx, \; v = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} \end{array} \right\}$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^{\cancel{4}\,3}}{4} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4}\int x^3 dx = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4}\cdot\frac{x^4}{4} + C$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{x^4}{16} + C \quad ✓$$

15

2. $$f(x,y) = \frac{1}{(x+1)^2}$$

SKICA GRAFA I POVRŠINE.

$$\int_0^{+\infty} \frac{1\,dx}{(x+1)^2} = \left\{ \begin{array}{l} t = x+1 \\ dt = dx \end{array} \right\} = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^2} = \int_0^{+\infty} t^{-2} dt$$

$$= \left(\frac{t^{-1}}{-1}\right)_0^{+\infty} = \left(-\frac{1}{t}\right)_0^{+\infty} = \boxed{-\left(\frac{1}{(x+1)}\right)_0^{+\infty}} \quad ✓$$

$$= -\left(\frac{1}{\infty+1} - \frac{1}{0+1}\right) = -\left(\frac{1}{\infty} - 1\right) = +1 \quad ✓$$

10

IME I PREZIME: BORIS PUDELKO

BROJ INDEKSA: 17-2-0039-2010

3.

$f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$ $\quad D < f(x,y) : \mathbb{R} >$

NAZIVNIK $\neq 0$

$x^2+y^2=0$

SAMO ZA $x=0, y=0$

$\mathcal{D}(f) = \{(x,y) : x \neq 0 ; y \neq 0\}$

$= \{(x,y) : (x,y) \neq (0,0)\}$

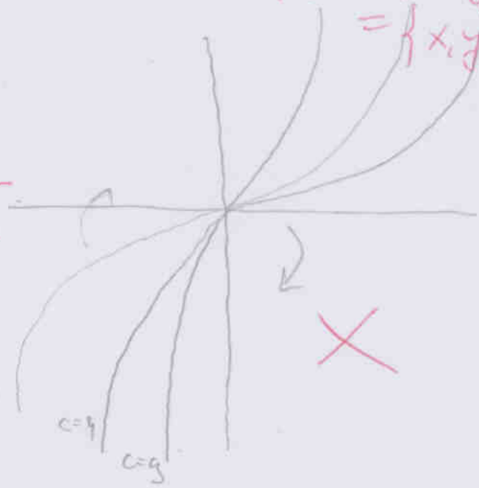
$= \mathbb{R}\times\mathbb{R} \setminus \{(0,0)\}$

$c = \frac{1}{x^2+y^2}$

$\frac{1}{c} = x^2+y^2$ KRUŽNICA

$y^2 = \frac{1}{c} - x^2 \quad / \sqrt{\ }$ $\quad \Rightarrow y = \sqrt{\frac{1}{c} - x^2}$

$\cancel{y = \sqrt{\frac{1}{c}} - x}$



$c=1 \Rightarrow y = 1 - x$

$c=4 \Rightarrow y = \frac{1}{2} - x$

$c=9 \Rightarrow y = \frac{1}{3} - x$

Ø

NAUČITI ZAPIS SKUPOVA

PRVA LEKCIJA IZ MATEMATIKE 1

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: FRANE DUNAT BROJ INDEKSA: 17-2-0020 27

DATUM: 8.9.2011. VRIJEME: OD 09:05 DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, \mathrm{d}x$. 15
2. Zadano je $f(x) = x^{-2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x) \, \mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. ~~15~~ ∅
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? ~~15~~ 7
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy$. 20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 3y' + 2 = \mathrm{e}^{2x}$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: ~~15~~ ∅

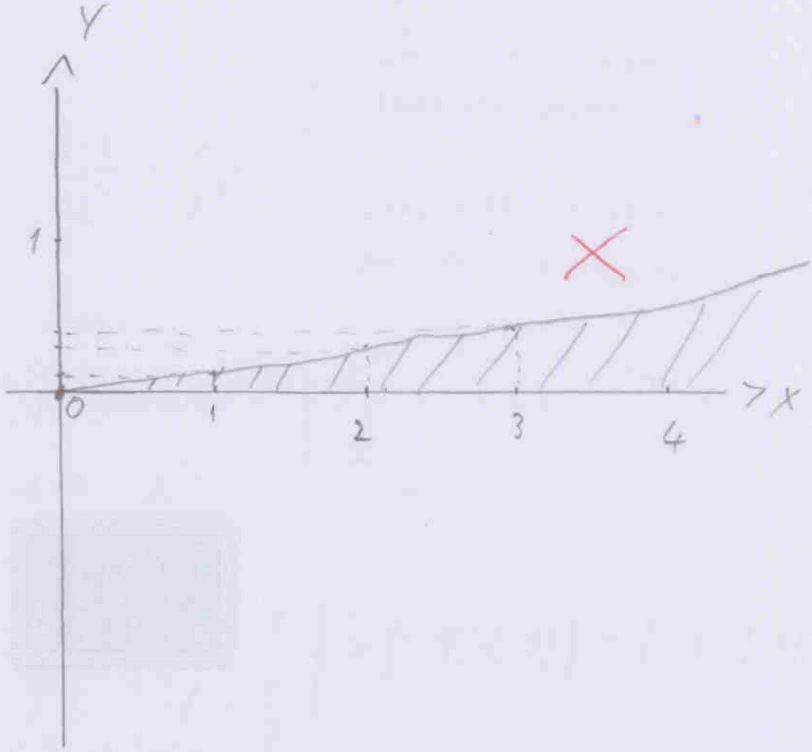
$$y' + 4y = x, \quad y(0) = 0$$

IME I PREZIME: FRANE DUNAT BROJ INDEKSA: 17-2-0020

② $f(x) = x^{-2}$

$$\int_0^{+\infty} x^{-2}\,dx = \left(\frac{x^{-1}}{-1}\right)\Bigg|_0^{+\infty} = \frac{-\infty}{-1} - \left(\frac{0}{-1}\right) = +\infty - (-\infty) = +\infty + \infty = +\infty$$

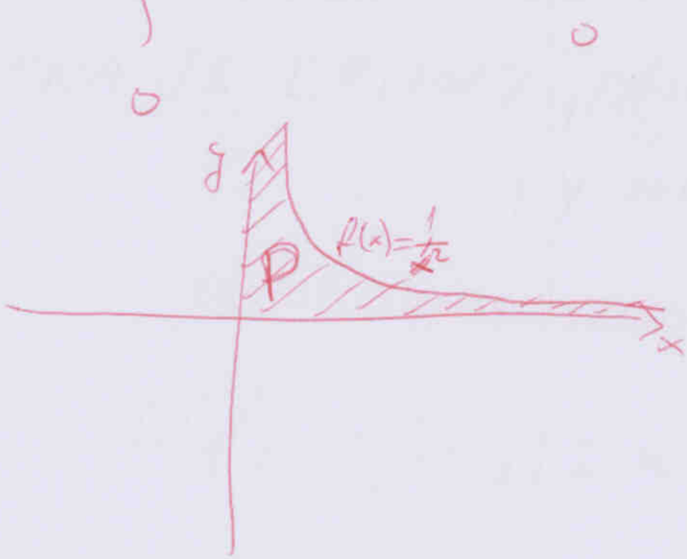
x	0	1	2	3
$y = x^{-2}$	0	0.1	0.3	0.4



$$P = \int_0^{+\infty} x^{-2}\,dx = \frac{x^{-1}}{-1}\Bigg|_0^{+\infty} = \left(-\frac{1}{x}\right)_0^{+\infty} = \left(-\frac{1}{+\infty}\right) - \left(-\frac{1}{0_+}\right)$$

$$= 0 + \infty$$

$$= \infty$$



DA JE $x > 0$; $y > 0$

IME I PREZIME: FRANE DUNAT

BROJ INDEKSA: 17-2-0020

3) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$

DOMENA $\langle \mathbb{R} \rangle$ ✗

$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{(0,0)\}$

KODOMENA $\langle 0, +\infty \rangle$ ✓

7

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1}{x^2+y^2} = \frac{1}{0^2+0^2} = \frac{1}{0} = +\infty$$ ✓

RAZINSKE KRIVULJE?

LIMES OD $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ POSTOJI ZAŠTO?

6. $y' + 4y = x$, $y(0) = 0$

$\lambda + 4 = x$

$\lambda = x - 4$

$y' + (x-4) = x$

$y' = x - x + 4$

$y' = 4$

$y' + 4y = x$

$4 + 4 \cdot 0 = \cancel{x}$

$4 = x$

$x = 4$

?

$y' + 4y = x$

$4 + 4 \cdot 0 = 4$

$4 = 4$

$\cancel{0}$

9

Popuniti odmah!

Ime i prezime: MATE BALJAK **Broj indeksa:** 57115

15

Datum: **Vrijeme: od** **do**

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, dx$. 15
2. Zadano je $f(x) = x^{-2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x) \, dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x, y) = \dfrac{1}{x^2 + y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x, y) = \ln(x) + \ln(y) - xy$. 20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$ ~~20~~ ∅
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y' + 4y = x, \quad y(0) = 0$$

1.) $\int x^3 \ln x \, dx$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x} dx = du \\ \ln x = u \end{array}\right] \quad ?$$

$= \ln \cdot \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{1}{4} \displaystyle\int \dfrac{x^4}{x} \, dx$

$= \ln x \cdot \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{1}{4} \displaystyle\int x^3 \, dx$

↓

IME I PREZIME: MATE BALJAK BROJ INDEKSA: 67115

1.) $= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4}$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{x^4}{16} + C$

5.) $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$ $r_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2 \cdot 1}$

$r^2 + 3r + 2 = 0$ $r_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$

$r_1 = -1$

$r_2 = -2$

$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$

$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$

$f(x) = e^{2x} \rightarrow a = 2$