Popuniti odmah!

Ime i prezime: KRISTINA POŽARINA **Broj indeksa:** 17-2-0021-2010

60

Datum: Vrijeme: od 9:50 do 10:45 .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \,\mathrm{d}x$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$. ~~20~~ 0
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 3y' + 2 = \mathrm{e}^{2x}$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: ~~15~~ 10

$$y' + 4y = x, \quad y(0) = 0$$

IME I PREZIME: KRISTINA POŽARINA BROJ INDEKSA: 17-2-0021-2010

(1) $\int x^3 \ln x \, dx = \left| \begin{array}{ll} \ln x = u & dv = x^3 dx \\ \frac{1}{x} dx = du & v = \int x^3 dx \\ & v = \frac{x^4}{4} \end{array} \right|$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \left(\frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{x} \right) dx$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^3}{4} dx$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \int x^3 dx$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4}$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{x^4}{16} + C$ ✓ 15

(4.) $F(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$

$\frac{0-1}{x^2} - 2$

$DF: R$ ✗

$\mathcal{D}(f) = \{(x,y) : x>0 \text{ i } y>0\}$

$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{x} - y - 2(x-1) \cdot 1$

$= \frac{1}{x} - y - 2x - 2$

$+$

$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{1}{y} - x$

B $\frac{\partial F}{\partial x \partial y} = -1$

$\frac{\partial F}{\partial y \partial x} = -1$

A $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{0-1}{x^2} - 2$

$= \frac{-1}{x^2} - 2$

C $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{-1}{y^2}$

$\frac{1}{x} - y - 2x - 2 = 0$

$\frac{1}{y} - x = 0$

$\frac{1}{y} = x$

IME I PREZIME: KRISTINA POŽARINA BROJ INDEKSA: 17-2-0021-2010

$\frac{1}{x} - y - 2x = 2$

$0 + 0 - (-1)\cdot(-1) - (-1-1)^2 =$
$= -1 - 4 = 5$

$\frac{1}{y} = x$

$\frac{1}{\frac{1}{y}} - y - 2 \cdot \frac{1}{y} = 2$

$A > 0$ MIN

$A < 0$ MAX

$y - y - \frac{2}{y} = 2$

$-\frac{2}{y} \cancel{=} \frac{2}{1}$

$-\frac{2}{y} = 2$

$-2 = 2y$

$-2 = 2y \,/ : (-2)$

$-1 = y$

$y = -1$

$x = -1$

$A = \frac{-1}{x^2} - 2 = \frac{-1}{(-1)^2} - 2 = -1 - 2 = -3 < 0$

$C = \frac{-1}{y^2} = -1$

$\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2 =$

$B = -1$

$\Delta = -3 \cdot (-1) - (-1)^2 = 3 - 1 = 2$

MAX $(-1, -1, -5)$

IME I PREZIME: KRISTINA POŽARINA BROJ INDEKSA: 17-2-0021-2010

(6.) $y' + 4y = x$ $y(0) = 0$

$r + 4 = 0$

$r = 4$ x

$r = -4$

$y_0 = C_1 e^{4x}$ x

$y_0 = C_1 e^{-4x}$

$r + n = 0 + 1 = 1$

$\eta = ?$

$\eta = a_1 x + a_0$

$\eta' = a_1$

$a_1 + 4a_1 x + 4a_0 = x$

$4a_1 = 1 \,/ :4$

$a_1 = \frac{1}{4}$

$a_1 + 4a_0 = 0$

$\frac{1}{4} + 4a_0 = 0$

$4a_0 = -\frac{1}{4} \,/ \cdot \frac{1}{4}$ $a_0 = -\frac{1}{16}$

$\eta = \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}$ $y(0) = 0$

$y = C_1 e^{4x} + \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}$

$0 = C_1 e^{4 \cdot 0} + \frac{1}{4} \cdot 0 - \frac{1}{16}$

$0 = C_1 - \frac{1}{16}$

$-C_1 = -\frac{1}{16}$

$C_1 = \frac{1}{16}$

$y = \frac{1}{16} e^{4x} + \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}$

10

IME I PREZIME: KRISTINA POŽARINA BROJ INDEKSA: 17-2-0021-2010

(5.) $y'' + 3y' + 2 = e^{2x}$

$r^2 + 3r + 2 = 0$

$r_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2 \cdot 1}$

$r_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$

$r_1 = \frac{-3+1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

$r_2 = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$y_0 = C_1 e^{-x} + C_1 e^{-2x}$

$b \neq r_1 \neq r_2$

$\eta = \frac{k e^{bx}}{P(b)}$

$P(b) = b^2 + 3b + 2$

$P(2) = 4 + 6 + 2$

$P(2) = 12$

$\eta = \frac{e^{2x}}{12}$

$y = C_1 e^{-x} + C_1 e^{-2x} + \frac{e^{2x}}{12}$ ✓

IME I PREZIME: KRISTINA POŽARINA BROJ INDEKSA: 17-2-0021-2010

3. $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$

$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$

KODOMENA i DOMENA: $\{x, y : \mathbb{R} \setminus \{0,0\}\}$ ✓

$-\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$
$\frac{0}{4}$

x	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$		
	4	1	$\frac{4}{9}$		

2. $f(x,y) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+1)^2}\,dx = \int \frac{1}{(x+1)^2}\,dx = \left| \begin{matrix} (x+1) = t \\ dx = dt \end{matrix} \right|$$

$$= \int \frac{dt}{t^2} = \int t^{-2}\,dt = \frac{t^{-1}}{-1} = -\frac{1}{t}$$

$$= -\frac{1}{x+1}$$

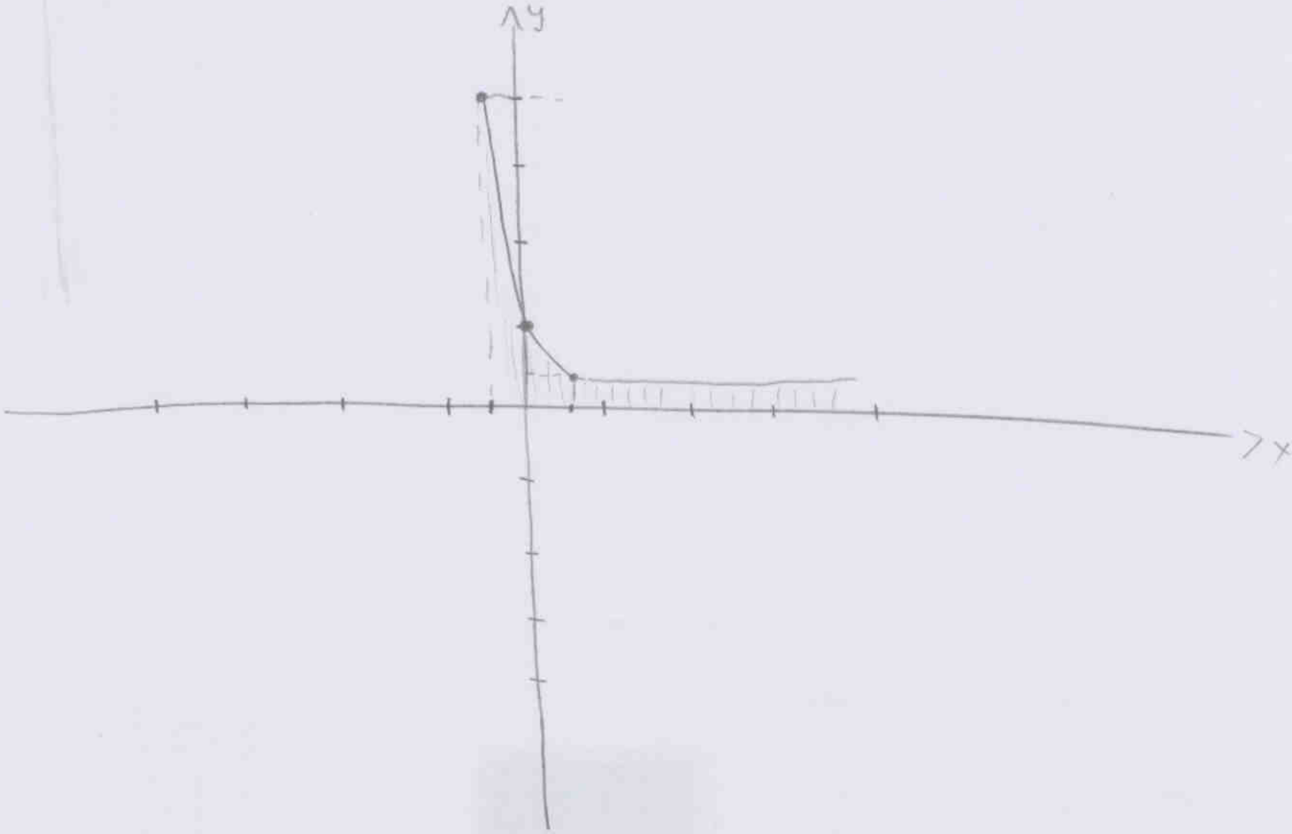
$$\left[-\frac{1}{x+1}\right]\Big|_0^{+\infty} = \left[-\frac{1}{+\infty+1}\right] - \left[-\frac{1}{0+1}\right] =$$

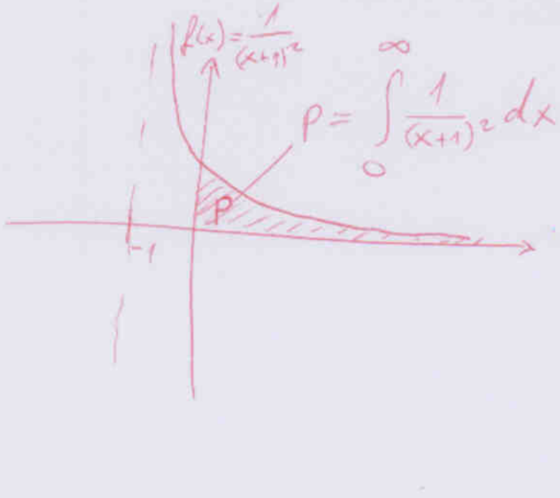
$$= \left[-\frac{1}{+\infty}\right] - \left[-1\right] =$$

$$= 0 + 1 = 1$$ ✓

15

Ime i prezime: KRISTINA POŽARINA **Broj indeksa:** 17-2-0021-2010





Popuniti odmah!

Ime i prezime: Toma Medić **Broj indeksa:** 17-2-0052 40

Datum: 08.09.2011. Vrijeme: od 9:45 do .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, dx$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\, dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x, y) = \dfrac{1}{x^2 + y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x, y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x - 1)^2$. ~~20~~ ∅
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: ~~15~~ 5

$$y' + 4y = x, \quad y(0) = 0$$

IME I PREZIME: Toma Medić

BROJ INDEKSA: 17-2-0052

1.) $\int x^3 \ln x \, dx$ $\quad\Big|\quad \ln x = u \quad \frac{1}{x}dx = du \quad dv = x^3 dx \quad v = \int x^3 dx \quad v = \frac{x^4}{4}$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \left(\frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{x}\right) dx$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^3}{4} dx$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4}\int x^3 dx$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4}$

$I = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{x^4}{16} + C$ ✓

15

6.) $y' + 4y = x \qquad y(0) = 0$

$r + 4 = 0$

$r = -4$

$y_0 = C_1 e^{4x}$

$r + h = a + 1$

$\eta = ?$

$\eta = a_1 x + a_0$

$\eta' = a_1$

$a_1 + 4a_1 x + a_0 = x$

$4a_1 = 1 /:4$

$a_1 = \frac{1}{4}$

$a_1 + a_0 = 0$

$\frac{1}{4} + a_0 = 0$

$a_0 = -\frac{1}{4}$

$\eta = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

$y(0) = 0$

$Y = C_1 e^{4x} + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

$0 = C_1 e^{4 \cdot 0} + \frac{1}{4} \cdot 0 - \frac{1}{4}$

$0 = C_1 - \frac{1}{4}$

$-C_1 = -\frac{1}{4}$

$C_1 = \frac{1}{4}$

$Y = \frac{1}{4} e^{4x} + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ ✗

5

→ HOMOGENA JEDNADŽBA

$y' + 4y = 0 \Rightarrow y_H(x) = Ce^{-4x}$

→ PARTIKULARNO RJEŠ. NEHOMOG. JEDNADŽBE

DESNA STRANA JE x

DAKLE TRAŽIMO U OBLIKU $Ax+B$

$y_P(x) = Ax + B$

$y_P'(x) = A$

$A + 4(Ax + B) = x \Rightarrow \begin{cases} A + 4B = 0 \\ 4A = 1 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} A = \frac{1}{4} \\ B = \frac{-A}{4} = -\frac{1}{16} \end{array}\right\} \Rightarrow y_P(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}$

OPĆE RJEŠENJE NEHOMOGENE JEDNADŽBE

$y = y_H(x) + y_P(x) = Ce^{-4x} + \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}$

TREBA ZADOVOLJITI UVJET $y(0) = 0$

$y(0) = C \cdot \underbrace{e^{-4 \cdot 0}}_{=1} + \underbrace{\frac{1}{4} \cdot 0}_{=0} - \frac{1}{16} = C - \frac{1}{16}$

$\Rightarrow C - \frac{1}{16} = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{16}$

RJEŠENJE: $y(x) = \frac{1}{16}e^{-4x} + \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}$

IME I PREZIME: Toma Ilodić

BROJ INDEKSA: 17-2-0052

5.) $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$

$r^2 + 3r + 2 = 0$

$r_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2}$

$r_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$

$r_1 = -1$

$r_2 = -2$

$y_0 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$

$b \neq r_1 \neq r_2$

$\eta = \frac{b e^{3x}}{P(b)}$

$P(b) = b^2 + 3b + 2$

$P(2) = 4 + 6 + 2$

$P(2) = 12$

$\eta = \frac{e^{2x}}{12}$

$y = C_1 e^{x} + C_2 e^{-2x} + \frac{e^{2x}}{12}$ ✓

20

4.) $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$

$DF: \mathbb{R}$ ✗ $\mathcal{D}(f) = \{(x,y) : x>0 \text{ i } y>0\}$

$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{x} - y - 2(x-1) \cdot 1$

$= \frac{1}{x} - y - 2x - 2$ +

?

$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{1}{y} - x$

A $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{0-1}{1^2} - 2$

$= -\frac{1}{x^2}$

B $\frac{\partial F}{\partial x \partial y} = -1$

$\frac{\partial F}{\partial y \partial x} = -1$

C $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{-1}{y^2}$

$\frac{1}{x} - y - 2x - 2 = 0$

$\frac{1}{y} - x = 0$

$\frac{1}{y} = x$

0

Popuniti odmah!

Ime i prezime: LOURE KOLEGA **Broj indeksa:**

Datum: Vrijeme: od do

35

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, dx$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\, dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$. 20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y' + 4y = x, \quad y(0) = 0$$

$$1. \int x^3 \ln x \, dx = \left| \begin{matrix} \ln x = u & dv = x^3 dx \\ \frac{1}{x} dx = du & v = \int x^3 dx \\ & v = \frac{x^4}{4} \end{matrix} \right.$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^3}{4} dx = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4}$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{x^4}{16} + C$$

15

$$5. \; y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$$

$$r^2 + 3r + 2 = 0$$

$$r_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$$r_1 = \frac{-2}{2} = -1 \qquad r_2 = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y_0 = C_1 e^{-x} + C_1 e^{-2x}$$

$$b^2 + 3b + 2 = P(b)$$

$$b \neq r_1 \neq r_2$$

$$P(b) = 2^2 + 6 + 2$$

$$\eta = \frac{k e^{bx}}{P(b)}$$

$$P(b) = 4 + 6 + 2$$

$$P(b) = 12$$

$$\eta = \frac{e^{2x}}{12}$$

$$y = C_1 e^{-1} + C_1 e^{2x} + \frac{e^{2x}}{12}$$

20

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: Domagoj Nehić **BROJ INDEKSA:** 17-2-0028-2010

DATUM: VRIJEME: OD DO

40

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, dx$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\, dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. ~~15~~ 5
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$. ~~20~~ $\emptyset$
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 3y' + 2 = e^{2x}$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: ~~15~~ $\emptyset$

$$y' + 4y = x, \quad y(0) = 0$$

6. $y' + 4y = x \qquad y(0) = 0$

$r + 4 = 0$

$r_1 = -4$

$y_0 = C_1 e^{-4x}$

$0 = C_1 e^{-4\cdot 0}$

$0 = C_1 e^{0}$

$0 = C_1 \cdot 1$

$C_1 = 0$

$\emptyset$

IME I PREZIME: Domagoj Nehić

BROJ INDEKSA: 17-2-0028-2010

2. $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

$$\begin{cases} x+1 = t \\ dx = dt \end{cases}$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+1)^2}\,dx = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^2}$$

$$= \int_0^{+\infty} t^{-2} \cdot dt = \frac{t^{-1}}{-1}\Bigg|_0^{+\infty} = \frac{(x+1)^{-1}}{-1}\Bigg|_0^{+\infty} \checkmark$$

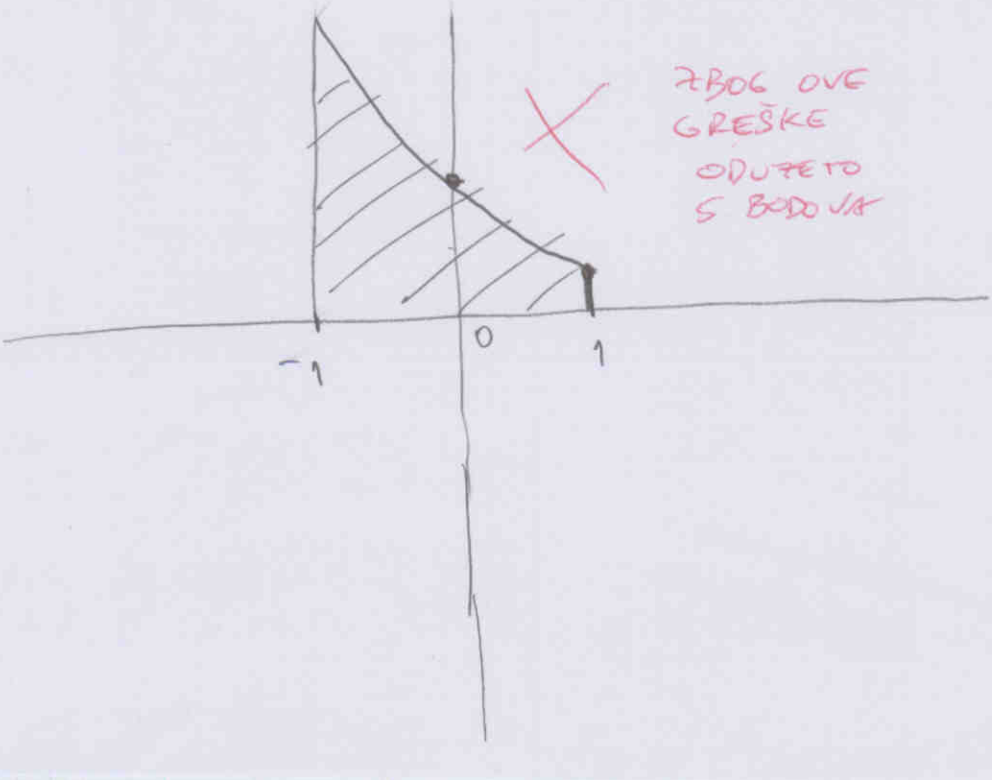
ZBOG OVE GREŠKE ODUZETO 5 BODOVA

$$\left[\frac{(\infty+1)^{-1}}{-1} - \frac{(0+1)^{-1}}{-1}\right] = \overset{?}{\infty^{\times}} + 1 = 1$$

$$= \underbrace{\left(-\frac{1}{\infty}\right)}_{=0} + 1 = 1$$

x	-1	0	1
$f(x)$	∞	1	0.25

5



ZBOG OVE GREŠKE ODUZETO 5 BODOVA

IME I PREZIME: Domagoj Pehi BROJ INDEKSA: 17-2-0028-2010

5. $y'' + 3y' + 2 = e^{2x}$

$k = 1 \quad b = 2$

$r^2 + 3r + 2 = 0$

$a = 1$

$b = 3$

$c = 2$

$$r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$$\eta = \frac{k\, e^{bx}}{P(b)}$$

$$r_1 = \frac{-3-1}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$r_2 = \frac{-3+1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$y_0 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$

$P(b) = b^2 + 3b + 2$

$P(2) = 2^2 + 3 \cdot 2 + 2$

$= 4 + 6 + 2 = 12$

$$\eta = \frac{k \cdot e^{bx}}{P(b)} = \frac{e^{2x}}{12}$$

$$y = y_0 + \eta = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} + \frac{e^{2x}}{12} \quad //$$

20

$4 + 6 + 2 = 12$

IME I PREZIME: Domagoj Nehić BROJ INDEKSA: 17-2-0028-2010

1) $\int x^3 \ln x \, dx = u \cdot v - \int v \cdot du$

$u = \ln x$ $\quad\quad$ $v = \int x^3 dx$

$du = \frac{1}{x} dx$ $\quad\quad$ $v = \frac{x^4}{4} + c$

$$\int x^3 \cdot \ln \cdot dx = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{\cancel{x^4}^{3}}{4} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^3}{4} \cdot dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \int x^3 \cdot dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4} + c \quad ✓$$

15

IME I PREZIME: Domagoj Nekić BROJ INDEKSA: 17-2-0028-2010

4. $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$

$$z_x = \frac{1}{x} - 1 \cdot y - 2x \overset{+}{-} 2$$

$$z_y = \frac{1}{y} - 1x$$

$$\frac{1}{x} - y - 2x - 2 = 0$$

$$\frac{1}{y} - 1x = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{y} = x}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{y}} - y - 2 \cdot \frac{1}{y} - 2 = 0$$

$$y - y - \frac{2}{y} - 2 = 0$$

$$y^2 - \frac{2}{y} - 2 = 0$$

0