

IME I PREZIME: ADAM SIMIČIĆ

BROJ INDEKSA: 57192

DATUM:

VRIJEME: OD

DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pišaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljšavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

ooxx

32

Broj ↓  
bodova

1. Izračunaj determinantu:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

2. Odrediti sve asimptote funkcije  $g(x) = \frac{9-x^2}{15+8x+x^2}$ .

3. Ispitati domenu i prvu derivaciju funkcije:  $h(x) = \arcsin(\ln x)$ .

$\ln(2x+1)$   
x

4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ .

5. Koji je kut između vektora (2, 3, 5) i (8, -1, 7)?

Mate  
12 koru

20

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 7 & 0 & 2 & 3 \\ 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$-4 \left[ 2 \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right] + 5 \left[ 3 \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 6 & 2 & 3 \\ 8 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right] =$$

$$-4 \left[ 2 \left( 2 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \right) - 1 \left( -1 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} \right) \right] + 5 \left[ 3 \left( 2 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \right) - (-1) \left( -1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} - 7 \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} \right) \right]$$

$$= -4 \left[ 2 \left( 2(-18+9) + 3 \right) + 3 \left( 18+5 \right) - (-1)(-5-2) \right]$$

$$= -4[-15] + 5[-27-7] = 60 - 170 = \underline{\underline{110}} \quad \times$$



IME I PREZIME:

DANA SIMIČIĆ

BROJ INDEKSA:

57142

$$a = (2, 3, 5) \quad b = (8, -1, 7)$$

$$\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{2 \cdot 8 + 3 \cdot (-1) + 5 \cdot 7}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 5^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-1)^2 + 7^2}} = \frac{16 - 3 + 35}{\sqrt{4 + 9 + 25} \cdot \sqrt{64 + 1 + 49}} \\ &= \frac{48}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{114}} = \frac{48}{65.72} = 0.73037 \end{aligned}$$

$$\alpha = 46^\circ 55'$$

20

3.

$$h(x) = \frac{\ln(2x+1)}{x}$$

$$h'(x) = \frac{(\ln(2x+1))' \cdot x - \ln(2x+1) \cdot (x)'}{(x)^2}$$

✓

12

$$h'(x) = \frac{\frac{1}{2x+1} \cdot (2x+1)' \cdot x - \ln(2x+1) \cdot 1}{(x)^2}$$

✓

$$h'(x) = \frac{\frac{1}{2x+1} \cdot (2+0) \cdot x - \ln(2x+1)}{(x)^2} = \frac{\frac{2x}{2x+1} - \ln(2x+1)}{x^2}$$

✓

DOMENA?

IME I PREZIME:

ANTONIO VUJATOVIC

BROJ INDEKSA:

17-1-0011-2010

DATUM:

VRIJEME: OD

DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaci pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

o0xx

55

Broj ↓  
bodova

1. Izračunaj determinantu:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

20

2. Odrediti sve asimptote funkcije  $g(x) = \frac{9-x^2}{15+8x+x^2}$ .

3. Ispitati domenu i prvu derivaciju funkcije:  $h(x) = \arcsin(\sin(2x))$

Kat Kosen 15

4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ .

5. Koji je kut između vektora (2, 3, 5) i (8, -1, 7)?

20

1

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 7 & 0 & 2 & 3 \\ 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 4 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \cdot \left[ 5 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right] - 2 \left[ 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right] - 1 \left[ 4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 7 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 7 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 6 & 2 & 3 \\ 8 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right]$$

$$= 3 \cdot \left[ 5 \cdot \left( -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \right) \right] - 2 \left[ 4 \cdot \left( -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \right) \right]$$

$$= 3 \cdot \left[ 5 \cdot \left( -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \right) \right] - 2 \left[ 4 \cdot \left( -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \right) \right]$$

$$- 1 \cdot \left[ 4 \cdot \left( -1 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} \right) - 5 \cdot \left( -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} \right) \right]$$

$$= 3 \cdot \left[ 5 \cdot (-1 \cdot 5 - 1 \cdot 2) \right] - 2 \left[ 4 \cdot (-1 \cdot 5 - 1 \cdot 2) \right]$$

$$- 1 \cdot \left[ 4 \cdot (-1 \cdot 3) - 5 \cdot (-1 \cdot 5 - 1 \cdot 2) \right]$$

$$= 3 \cdot \left[ 5 \cdot (-7) \right] - 2 \cdot \left[ 4 \cdot (-7) \right] - 1 \cdot \left[ 4 \cdot (-3) - 5 \cdot (-7) \right]$$

$$= 3 \cdot (-35) - 2 \cdot (-28) - 1 \cdot 23$$

$$= -105 + 56 - 23$$

$$= -72$$

$$D = -72 \quad \checkmark$$

20

2)  $g(x) = \frac{9 - x^2}{15 + 8x + x^2} = \dots$   $x^2 + 8x + 15 \neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2}$$

V.A

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = -5$$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-5, -3\} \checkmark$$

H.A

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{9 - x^2}{15 + 8x + x^2} \stackrel{/:x^2}{=} \frac{0 - 1}{0 + 0 + 1} = -1$$

$$\boxed{H.A = -1} \checkmark$$

K.A

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{9 - x^2}{x^2 + 8x + 15} \stackrel{/:x^3}{=} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{0 - 1}{1 + 0 + 0} = \frac{0}{1} = 0$$

AKO IMA OBJE H.A,  
TADA NE MOŽE IMATI K.A.

V.A

$$\lim_{x \rightarrow -5} y = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{9 - (-5)^2}{15 + 8 \cdot (-5) + (-5)^2} = \frac{-16}{+0} = \pm \infty$$

nema kasu  
asimptotu  $\checkmark$

$$V.A = -5 \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} y = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - (-3)^2}{15 + 8 \cdot (-3) + (-3)^2} = \frac{0}{0} \neq 0 \times$$

RIJEŠITI L'HOPITALOVIM PRAVILOM!

15

$$5. \quad v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\cos \angle = \frac{v_1 \cdot v_2}{|v_1| \cdot |v_2|}$$

$$\begin{aligned} v_1 \cdot v_2 &= \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix} = 2 \cdot 8 + 3 \cdot (-1) + 5 \cdot 7 \\ &= 16 - 3 + 35 \\ &= 48 \end{aligned}$$

$$|v_1| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{38}$$

$$|v_2| = \sqrt{8^2 + (-1)^2 + 7^2} = \sqrt{114}$$

$$\cos \angle = \frac{48}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{114}} = 0,73$$

$$\arccos(0,73) = 43^\circ 6' \quad \checkmark$$

$$\angle 43^\circ 6'$$

20

IME I PREZIME: MLADEN BULIĆ

BROJ INDEKSA: 17-1-0018-2010

DATUM: 1. 9. 2011. VRIJEME: OD DO

MATEMATIKA I: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljevanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

00xx

35

Broj ↓  
bodova

1. Izračunaj determinantu:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

~~0~~

2. Odrediti sve asimptote funkcije  $g(x) = \frac{9-x^2}{15+8x+x^2}$ .

3. Ispitati domenu i prvu derivaciju funkcije:  $h(x) = \arcsin(\frac{1}{2x+1})$ .  $\ln(2x+1)$

Net  
Kosul 7  
8

4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ .

5. Koji je kut između vektora (2, 3, 5) i (8, -1, 7)?

20

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 7 & 0 & 2 & 3 \\ 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 4 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$3 \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} -$$

$$-2 \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = +10 - 13 = -3$$

~~X~~

-13

$$2. \quad g(x) = \frac{9 - x^2}{15 + 8x + x^2}$$

~~D = R~~

$$x_1 = \frac{-8 + 2}{20} = -\frac{1}{5}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-1}{3}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 15 \cdot 1}}{2 \cdot 15}$$

N.V.A. ~~X~~

7

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{4}}{30}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 - x^2 / : x^2}{15 + 8x + x^2 / : x^2} = \frac{\frac{9}{x^2} - 1}{\frac{15}{x^2} + \frac{8}{x} + 1} = \frac{-1}{1} = -1$$

H.A. = -1 ✓

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9 - x^2}{15 + 8x + x^2} = (x \notin -x) = \frac{9 + x^2 / : x^2}{15 - 8x - x^2 / : x^2} = \frac{\frac{9}{x^2} + 1}{\frac{15}{x^2} - \frac{8}{x} - 1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{9 - x^2}{15 + 8x + x^2} \cdot \frac{x}{x}}{1} = \frac{\frac{9 - x^2}{15x + 8x^2 + x^3} \cdot \frac{x}{x}}{1} = \frac{\frac{9}{x^3} - \frac{x^2}{x^3}}{\frac{15x}{x^3} + \frac{8x^2}{x^3} + 1} = \frac{0}{1} \quad \text{N.I.D.K.A.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{9 + x^2}{15 - 8x - x^2} \cdot \frac{-x}{-x}}{1} = \frac{\frac{9 + x^2}{-15x + 8x^2 + x^3} \cdot \frac{-x}{-x}}{1} = \frac{0}{1} \quad \text{N.L.K.A.}$$

KADA POSTOJI  
LIJEVA I DESNA H.A.  
TADA NE MOŽE BITI  
KOSIH ASIMPTOTA



IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA:

5.  ~~$v_1 \times v_2 = \|v_1\| \|v_2\| \sin \angle v_1 v_2$~~

<del>2</del>	<del>8</del>
<del>3</del>	<del>1</del>
<del>5</del>	<del>7</del>
<del>2</del>	<del>8</del>
<del>1</del>	

~~$= 3 \cdot 7 - (-1) \cdot 5 = 5 \cdot 8 - 7 \cdot 2 = 2 \cdot 1 = 8 \cdot 3$~~

3.  $\ln(2x+1)$

$$f'(x) = \ln(2x+1) = \frac{1}{2x+1} \cdot 2 = \frac{2}{2x+1} \quad \checkmark \quad \underline{8}$$

$$D(f) = \langle 0, +\infty \rangle \quad \checkmark$$

$$\text{DOMENA OD } \ln(2x+1) = ?$$

$$2x+1 > 0$$

$$2x > -1$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

$$D = \langle -\frac{1}{2}, +\infty \rangle$$

5.  $A = (2, 3, 5)$

$$A = v_1$$

$$B = (8, -1, 7)$$

$$B = v_2$$

$$\|A\| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{4+9+25} = \sqrt{38} = 6.16$$

$$\|B\| = \sqrt{8^2 + (-1)^2 + 7^2} = \sqrt{64+1+49} = \sqrt{114} = 10.67$$

$$A \cdot B = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 2 \cdot 8 + 3 \cdot (-1) + 5 \cdot 7 = 16 - 3 + 35 = 48$$

$$v_1 \cdot v_2 = \|v_1\| \|v_2\| \cos \angle v_1 v_2$$

$$\cos \angle v_1 v_2 = \frac{v_1 \cdot v_2}{\|v_1\| \|v_2\|} = \frac{48}{6.16 \cdot 10.67} = \frac{48}{65.72} = 0.73$$

$$\angle = 43.11^\circ \quad \checkmark$$

20