IME I PREZIME: STIPE DUŠEVIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0051-2010

DATUM: VRIJEME: OD DO .

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE <u>JEDNOSTRANO</u> NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

oooo

Ø

Broj ↓ bodova

1. Među kompleksnim brojevima riješiti jednadžbu: $\dfrac{(1-i)^6}{i^{103}} = z^4$.

2. Zadana je matrica A kojoj treba odrediti determinantnu: Ø

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Ispitati konvergenciju reda: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n$ Ø

4. Ispitati domenu i drugu derivaciju funkcije $f(x) = \ln\left(\dfrac{x+5}{1-x}\right)$. Ø

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije ~~f iz zadatka 4~~. $g(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ Mat Kos Ø

(2)

$$\begin{vmatrix} \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{2} \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} \sim 3 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \cdot(-2) \\ \\ +III \\ \\ \end{matrix} \sim$$

Ø

$$\sim 3 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} \sim -3 \begin{vmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 0 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 5 & 0 & 5 \\ 0 & -3 & 4 \end{matrix} \sim$$

$$\sim -3(-15+0+0-0-80+30) = -3(-65)$$

$$= 195$$

IME I PREZIME: STIPE DUŠEVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0051-2010

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n$ $\boxed{\sqrt[n]{a^n}}$

POKUŠATI S NUŽNIM UVJETOM KONVERGENCIJE $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n = ?$

$$\lim_{n\to 1} \sqrt[n]{\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n} = \lim_{n\to 1} \frac{n-1}{n+1} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

DIVERGIRA

4. $f(x) = \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right)$

$\mathcal{D}f = \langle -5, +\infty \rangle$

$\frac{x+5}{1-x} > 0 \quad /\cdot(1-x)$

$x+5 > 0$

$x > -5$

	$-\infty$ … -5	-5 … 1	1 … $+\infty$
$x+5$	$-$	$+$	$+$
$1-x$	$+$	$+$	$-$
$\frac{x+5}{1-x}$	$-$	$+$	$-$

$\Rightarrow x \in \langle -5, 1 \rangle$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{x+5}{1-x}} \cdot \left(\frac{x+5}{1-x}\right)' = \frac{1-x}{x+5} \cdot \frac{(x+5)'\cdot(1-x) - (x+5)\cdot(1-x)'}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{1-x}{x+5} \cdot \frac{1\cdot(1-x) - (x+5)\cdot(-1)}{(1-x)^2} = \frac{1-x}{x+5} \cdot \frac{\cancel{1}-\cancel{x}+\cancel{x}+5}{(1-x)^2} =$$

$$= \frac{1-x}{x+5} \cdot \frac{6}{(1-x)^2} = \frac{\cancel{(1-x)}\cdot 6}{(x+5)\cdot(1-x)^{\cancel{2}}} = \frac{6}{(x+5)\cdot(1-x)} =$$

$$= \frac{6}{x - x^2 - 5 - 5x} = \frac{6}{-x^2-4x-5}$$

$\boxed{6' = 0}$

$$f''(x) = \frac{6'\cdot(-x^2-4x-5) - 6\cdot(-x^2-4x-5)'}{(-x^2-4x-5)^2} = \frac{(-x^2-4x-5) - 6\cdot(-2x-4)}{(-x^2-4x-5)^2} =$$

$$= \frac{-x^2-4x-5+12x+24}{(-x^2-4x-5)^2} = \frac{-x^2+8x+19}{(-x^2-4x-5)^2}$$

IME I PREZIME: STIPE DUŠEVIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0051-2010

5. $g(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$

$\mathcal{D}(g) = \mathbb{R} \setminus \{1\} = \langle -\infty, 1\rangle \cup \langle 1, +\infty\rangle$

- 1 domena:

$x - 1 > 0 \quad \mathcal{D}f = \langle 1, +\infty\rangle$ ✗

$x > 1$

- 2 asimptote:

vertikalne:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x-1} = \frac{1+1}{1-1} = \frac{2}{0} = \infty \quad ✓$$

horizontalne:

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{x+1 \,/:x}{x-1\,/:x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1+\overbrace{\frac{1}{x}}^{=0}}{1-\underbrace{\frac{1}{x}}_{=0}} = \frac{1}{1} = 1 \quad ✓$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x+1 \,/:x}{x-1\,/:x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1+\overbrace{\frac{1}{x}}^{=0}}{1-\underbrace{\frac{1}{x}}_{=0}} = \frac{1}{1} = 1 \quad ✓$$

kose:
nema jer imamo horizontalne ✓

- 3 stacionarne točke:

$$g'(x) = \frac{(x+1)'\cdot(x-1) - (x+1)\cdot(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{1\cdot(x-1) - (x+1)\cdot 1}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

$x - 1 = 0$

$\underline{\underline{x = 1}}$

stac. točka ✗

IME I PREZIME: STIPE DUŠEVIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0051-2010

④ max / min

$g''(a) > 0$ - max

$g''(a) < 0$ - min

$$g''(x) = \frac{(-2)' \cdot (x-1)^2 - (-2) \cdot ((x-1)^2)'}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)^2 + 2 \cdot (2(x-1))}{(x-1)^4} =$$

$$= \frac{(x-1)^2 + 2 \cdot (2x-2)}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)^2 + 4x - 4}{(x-1)^4}$$

$$g''(0) = \frac{(0-1)^2 + 4 \cdot 0 - 4}{(0-1)^4} = \frac{(-1)^2 - 4}{(-1)^4} = \frac{1-4}{1} = \frac{-3}{1} = \underline{\underline{-3}}$$ min

→ lokalni minimum u točki 1 ✗

⑤ parnost / neparnost

$g(x) = g(-x)$ $\qquad$ $g(-x) = -g(x)$

$g(-x) = \frac{-x+1}{-x-1}$ $\qquad$ $-g(x) = -\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

→ funkcija nije parna niti neparna ✓

⑥ periodičnost

→ funkcija nije periodična jer nije trigonometrijska, ✓ dakle elementarna je ?

BODUJE SE GRAF

~~0~~

⑦ nul-točke:

$\frac{x+1}{x-1} = 0 \quad / \cdot (x-1)$

$x+1 = 0$

$x = \underline{-1}$ ✓

IME I PREZIME: ANTONIO SEKULA BROJ INDEKSA: A-2-0025

DATUM: VRIJEME: OD 17:00 DO 17:45 .

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

oooo

20

Broj ↓ bodova

1. Među kompleksnim brojevima riješiti jednadžbu: $\dfrac{(1-i)^6}{i^{103}} = z^4$. Ø

2. Zadana je matrica A kojoj treba odrediti determinatnu: 20

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Ispitati konvergenciju reda: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n$

4. Ispitati domenu i drugu derivaciju funkcije $f(x) = \ln\left(\dfrac{x+5}{1-x}\right)$.

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije ~~f iz zadatka 4.~~

$f(x) = \cos(2x) + 1$

2.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} = 3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} = 3 \cdot \left(1 \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 & 4 \end{array}\right| \right.$$

$$\left. - 2 \left|\begin{array}{ccc|cc} 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 2 & 0 \end{array}\right| \right) = 3 \cdot \left(1 \cdot (1+0+0-0-16-4) - 2 (0+2+0-8-0-0) \right)$$

$$= 3 \cdot \left(1 \cdot (-19) - 2 \cdot (-6) \right) = 3 \cdot (-19 + 12)$$

$$= 3 \cdot (-7) = -21 \;\;_{//}$$ ✓

20

IME I PREZIME: ANTONIO SEKULA **BROJ INDEKSA:**

1.

$$\frac{(1-i)^6}{i^{103}} = z^4$$

$i^{103} = i^3 = -1$

$103 : 4 = 25$
23
3

$\boxed{i^3 = -i}$

$$\frac{8i}{-1} = z^4$$

$r = 8 \quad tg\,\varphi = \frac{y}{x}$

$\frac{\pi}{2} = 90°$

$(1-i)^2 = 1^2 - 2i + \dots = 2i$

$(2i)^3 = 2^3 i^3 = 8 \cdot (-i) = -8i$

$8i = z^4$

$\varphi = \frac{\pi}{2}$

$z = \sqrt[4]{8}$

0

$k = 0,1,2,3 \quad z = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right)$

$k = 0 \quad z = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{\frac{\pi}{2} + 2\cdot 0\pi}{4} + i\sin\frac{\frac{\pi}{2} + 2\cdot 0\pi}{4}\right)$

$z = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{\frac{\pi}{2}}{4} + i\sin\frac{\frac{\pi}{2}}{4}\right) = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$

$k = 1 \quad z = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{\frac{\pi}{2} + 2\cdot 1\cdot\pi}{4} + i\sin\frac{\frac{\pi}{2} + 2\cdot 1\pi}{4}\right)$

$z = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{4} + i\sin\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{4}\right) = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{\frac{5\pi}{2}}{4} + i\sin\frac{\frac{5\pi}{2}}{4}\right)$

$z = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{5\pi}{8} + i\sin\frac{5\pi}{8}\right)$

$k = 2 \quad z = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{\frac{\pi}{2} + 2\cdot 2\cdot\pi}{4} + i\sin\frac{\frac{\pi}{2} + 2\cdot 2\pi}{4}\right) = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{9\pi}{8} + i\sin\frac{9\pi}{8}\right)$

$k = 3 \quad z = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{\frac{\pi}{2} + 2\cdot 3\pi}{4} + i\sin\frac{\frac{\pi}{2} + 2\cdot 3\pi}{4}\right) = \sqrt[4]{8}\left(\cos\frac{13\pi}{8} + i\sin\frac{13\pi}{8}\right)$

$\frac{\pi}{2} + 4\pi = \frac{\pi + 8\pi}{2} = \frac{9\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} + 6\pi = \frac{13\pi}{2}$