

Popunite odmah!

IME I PREZIME: Jovan Truhvirich

BROJ INDEKSA:

56183-2008

12

DATUM: _____ VRIJEME: OD _____ DO _____

0269024744

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xoxox
Broj ↓
bodova

A. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Odrediti domenu, derivaciju i sve asimptote funkcije $f(x) = \ln(3 + 2x - x^2)$

3. Istražiti konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3+2n}{3n+3}\right)^{n^2}$

4. Odrediti (ako postoji) minimum funkcije $g(x) = \arctan(x^2)$.

B. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$.

~~2+3 2-1 -8-2 0-4~~
~~2+1 -4+1 12-14~~
~~-6-2 8-1 4-2 24-20~~

1.
$$\left[\begin{array}{cccc|c|c} 4 & -1 & 1 & 2 & 14 & 20 \\ 2 & 1 & 0 & -3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & -4 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} 2II - I \\ 4III - I \\ 2IV - I \end{array}$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c|c} 4 & -1 & 1 & 2 & 14 & 20 \\ 0 & 3 & -1 & -8 & -10 & -16 \\ 0 & -3 & 1 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & -10 & -14 & -20 \end{array} \right] \begin{array}{l} III + II \\ IV - II \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c|c} 4 & -1 & 1 & 2 & 14 & 20 \\ 0 & 3 & -1 & -8 & -10 & -16 \\ 0 & 0 & 6 & -6 & -12 & -12 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -4 & -4 \end{array} \right] \begin{array}{l} 3IV - III \end{array}$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c|c} 4 & -1 & 1 & 2 & 14 & 20 \\ 0 & 3 & -1 & -8 & -10 & -16 \\ 0 & 0 & 6 & -6 & -12 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

IMA! BESKONAČNO!
 sustav nema rješenja

2. $f'(x) = \frac{2-2x}{3+2x-x^2}$ ✓

$f(x) = \ln(3+2x-x^2)$
asimptote

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(3+2x-x^2) \Rightarrow 4,83$ Horizontalni asim.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(3+2x-x^2) \Rightarrow ?$

$\lim_{x \rightarrow 1} \ln(3+2x-x^2) \Rightarrow 2,77$

$\lim_{x \rightarrow -1} \ln(3+2x-x^2) \Rightarrow -\infty$ vertikalne asim.
V.A.

4. $g(x) = \arctan(x^2)$ $\frac{1}{1+x^2}$

$f'(x) = \frac{1}{1+(x^2)^2} \cdot (x^2)'$

$f'(x) = \frac{2x}{1+x^4}$

MINIMUM?

12

② $f(x) = \ln(3+2x-x^2)$

$$f'(x) = \frac{1}{3+2x-x^2} \cdot (3+2x-x^2)'$$

$$f'(x) = \frac{1}{3+2x-x^2} \cdot (2-2x)$$

$$f'(x) = \frac{2-2x}{3+2x-x^2}$$

⑤ $h(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$ $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

$$h(-3) = \frac{8}{5} \quad h(1) = \frac{0}{-4} = 0$$

$$h(-2) = \frac{3}{0} = \infty \quad h(2) = \frac{3}{0} = \infty$$

$$h(-1) = \frac{0}{-3} = 0 \quad h(3) = \frac{8}{5}$$

$$h(0) = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$h(-4) = \frac{16-1}{16-4} = \frac{15}{12} = 1,25$$

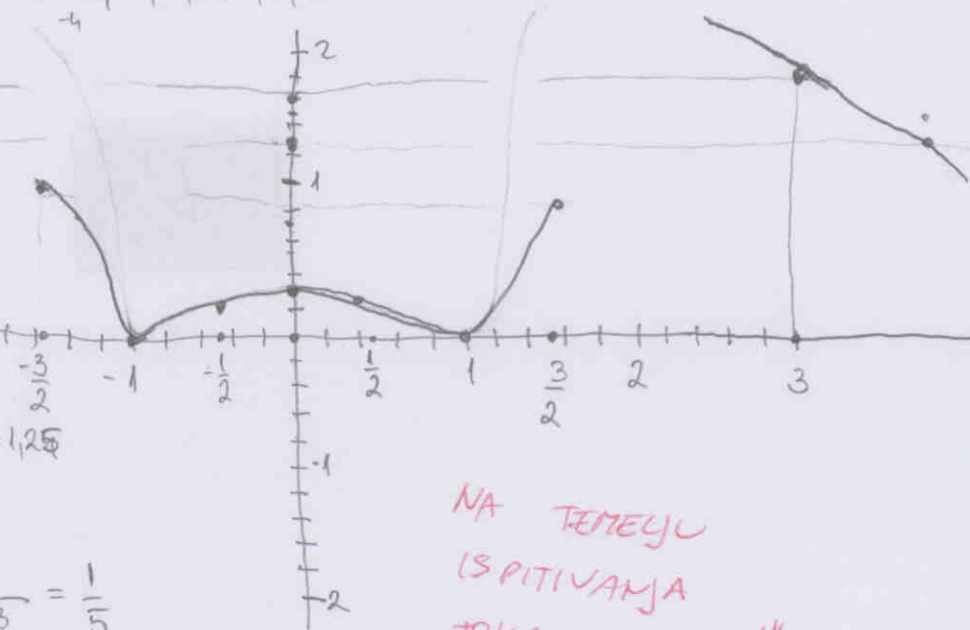
$$h(+4) = 1,25$$

$$h(-\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{4}-1}{\frac{1}{4}-4} \Rightarrow \frac{-\frac{3}{4}}{-\frac{15}{4}} = \frac{1}{5}$$

$$h(\frac{1}{2}) = \frac{1}{5}$$

$$h(-\frac{3}{2}) = \frac{\frac{9}{4}-1}{\frac{9}{4}-4} \Rightarrow \frac{\frac{5}{4}}{-\frac{7}{4}} = -\frac{5}{7}$$

$$h(+\frac{3}{2}) = -\frac{5}{7}$$



NA TEMELJU
ISPITIVANJA
TOKA FUNKCIJE !!!



Popunite odmah!

IME I PREZIME: EDI DOMINI

BROJ INDEKSA: 17-1-0005-10 (20)

DATUM: 01.09.2011. VRIJEME: OD 16:05 DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xoxxx
Broj ↓
bodova

1. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

~~0~~

2. Odrediti domenu, derivaciju i sve asimptote funkcije $f(x) = \ln(3 + 2x - x^2)$

20

3. Istražiti konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3+2n}{3n+3}\right)^{n^2}$

~~0~~

4. Odrediti (ako postoji) minimum funkcije $g(x) = \arctan(x^2)$.

~~0~~

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$.

~~0~~

1.

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 & 2 & | & 14 \\ 2 & 1 & 0 & -3 & | & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -4 & | & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -3 & | & 2 \\ 4 & -1 & 1 & 2 & | & 14 \\ 2 & 1 & 1 & -4 & | & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -3 & | & 2 \\ 4 & -1 & 1 & 2 & | & 14 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -5 & | & -4 \\ 0 & 3 & -7 & -2 & | & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -5 & | & -4 \\ 0 & 0 & -3 & -3 & | & 6 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -5 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & | & 12 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -5 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & | & 12 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -5 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & | & 12 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -5 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 & | & 7 \\ 0 & 3 & -4 & -5 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{bmatrix}$$

?

~~0~~

② $f(x) = \ln(3 + 2x - x^2)$

$D(f(x)) = \langle -1, 3 \rangle$ ✓

$$-x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4}{-2} \quad x_2 = \frac{-2 + 4}{-2}$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -1$$

H.A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(-x^2 + 2x + 3) = \infty$$

-Nema H.A. ✓

$$f'(x) = [\ln(-x^2 + 2x + 3)]'$$

$$= \frac{1}{-x^2 + 2x + 3} \cdot (-2x + 2)$$

$$= \frac{-2x + 2}{-x^2 + 2x + 3}$$
 ✓

- Asimptote:

• V.A.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \ln(3 + 2x - x^2) = [\ln(-1 - 2 + 3) = \ln 0] = +\infty$$
 ✓

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \ln(-x^2 + 2x + 3) = [\ln(-9 + 6 + 3) = \ln 0] = -\infty$$
 ✓

$$= -\infty$$
 ✓

$$\left. \begin{matrix} x = -1 \\ x = 3 \end{matrix} \right\} \text{V.A.} \quad \checkmark$$

20

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3+2n}{3n+3} \right)^{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{\left(\frac{3+2n}{3n+3} \right)^{n^2}}$

- Koristimo Cauchijevu formulu: $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3+2n}{3n+3} \right)^n = \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+2n}{3n+3} \right)^{\lim_{n \rightarrow \infty} n} = \left(\frac{2}{3} \right)^{\infty} = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = L$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{\left(\frac{3+2n}{3n+3} \right)^{n^2}}$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+2n \cdot \frac{1}{n}}{3n+3 \cdot \frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n} + 2}{3 + \frac{3}{n}} = \frac{2}{3}$

- Red divergira! ✓ ~~⊗~~

4. $\min \Rightarrow g'(x) = 0$

$g(x) = \arctan(x^2)$

$g'(x) = 0$

$g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(x^2)^2}} \cdot 2x$

$\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}} = 0 / \cdot \sqrt{1-x^4}$

$= \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$

$2x = 0$

$x = 0$

$\text{Min}(g(x)) = 0$

ZAŠTO JE OVA TOČKA BAŠ MINIMUM, A NE MOŽDA MAKSIMUM?



5) $h(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$ $D(h(x)) = \mathbb{R} \Rightarrow$

1) $D(h(x)) = \mathbb{R}$ ~~X~~ **NARIVNIK JE NULA ZA $x=2$!**

- Nema asimptota jer nema preluda!

HORIZONTALNE I KOSE? ASIMPTOTE

3) $h'(x) = \left(\frac{x^2-1}{x^2-4} \right)'$
 $= \frac{2x(x^2-4) - (x^2-1) \cdot 2x}{(x^2-4)^2}$

$= \frac{2x^3 - 8x - 2x^3 + 2x}{(x^2-4)^2}$

$= \frac{-6x}{(x^2-4)^2}$

2) Parnost:

$h(-x) = \frac{(-x)^2-1}{(-x)^2-4} = \frac{x^2-1}{x^2-4}$

$-h(x) = \frac{-x^2-1}{-x^2-4}$

- Funkcija je parna! ✓

4) Ekstremi

$x^2-1=0$

$x^2-4=0$

$x^2=1/\sqrt{\quad}$

$x^2=4/\sqrt{\quad}$

$x = \pm 1$

$x = \pm 2$

BODUJE SE SAMO

SKICA GRAFA!

Popunite odmah!

IME I PREZIME: MARKO COLINA

BROJ INDEKSA:

DATUM: VRIJEME: OD 16.00h DO

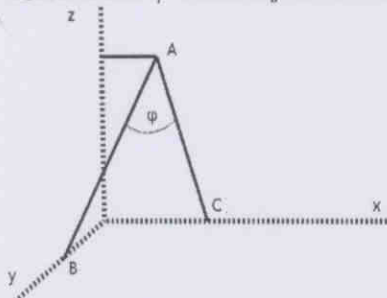
MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xx000
Broj ↓
bodova

1. Odrediti točke infleksije funkcije $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.
2. Odrediti i ispitati sve asimptote funkcije $g(x) = \frac{x}{\ln x}$.
3. Riješiti među kompleksnim brojevima $\frac{z-i}{z^2-i} = 2$. Možete koristiti formulu za nultočke kvadratne funkcije.
4. Odrediti sva koja postoje rješenja sustava linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\ -x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\ -4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16 \end{aligned}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(1, 1, 3)$, $B(0, 1, 0)$ i $C(2, 0, 0)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.



2) $g(x) = \frac{x}{\ln x}$

~~Df)~~ $\ln x > 0$

$x > 1$

$\ln x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$
 $x \in D(\ln) \Leftrightarrow x > 0$
 $D(f) =]0, 1[\cup]1, +\infty[$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x} = \frac{x : x}{\ln x : x} = \frac{1}{\frac{\ln x}{x}} = \frac{1}{0} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\ln x} = \frac{x : x}{\ln x : x} = \frac{1}{\frac{\ln x}{x}} = \frac{1}{-\infty} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{\ln x} = \frac{1}{\ln 1} = \frac{1}{0} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\ln x} = \frac{1}{\ln(-1)} = \frac{1}{\infty} = 0$

$$\frac{z-i}{z^2-i} = 2 \quad | \quad z^2-i$$

$$a=1, \\ b=2 \\ c=-i$$

$$z-i = 2(z^2-i)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{a^2}$$

$$z-i = 2z^2 - 2i$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 1 \cdot 0}}{1}$$

$$z - 2z^2 = -2i + i$$

$$z - 2z^2 = i - i$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{1}$$

$$i = z - 2z^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2}{1}$$

$$x_1 = \frac{-2+2}{1} = \frac{0}{1} = 0$$

$$x_2 = \frac{-2-2}{1} = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\frac{2z^2}{a} - \frac{z-i}{b} = \frac{c}{c} = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{+1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-i)}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8i}}{4}$$

Koliko je $\sqrt[2]{1+8i} = ?$

ISTOZNAČNO $w^2 = 1+8i$

$$w_1 = \sqrt{8.06} \left(\cos \frac{1.44}{2} + i \sin \frac{1.44}{2} \right)$$

$$w_2 = \sqrt{8.06} \left(\cos \frac{1.44+\pi}{2} + i \sin \frac{1.44+\pi}{2} \right)$$

$$r = \sqrt{65} = 8.06, \quad \varphi = \arctan 8 = 1.44$$

$$w_1 = 2.84 (0.75 + 0.66i) = 2.13 + 1.87i \Rightarrow z_1 = \frac{1+w_1}{4} = \frac{3.13+1.87i}{4} = 0.78 + 0.47i$$

$$w_2 = 2.84 (-0.75 - 0.66i) = -2.13 - 1.87i \Rightarrow z_2 = \frac{1+w_2}{4} = \frac{-1.13-1.87i}{4} = -0.28 - 0.47i$$

5.

$$A(1,1,3)$$

$$B(0,1,0)$$

$$C(2,0,0)$$

B-A

C-A

$$V_1 \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$V_2 \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$-1+0+9=8$$

$$\|V_1\| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \quad \checkmark$$

$$\|V_2\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+1+9} = \sqrt{11} \quad \checkmark$$

$$\cos \varphi = \frac{8}{\sqrt{10} + \sqrt{11}} = 0.99^\circ \quad \times$$

$$\cos^{-1} = 8.10^\circ$$

$$\cos \varphi = \frac{V_1 \cdot V_2}{\|V_1\| \cdot \|V_2\|} \quad \times$$

$$\cos \varphi = \frac{8}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{11}} = \frac{8}{10.49} = 0.76$$

$$\varphi = \arccos 0.76$$

$$\varphi = 0.7$$

$$\varphi = 40.3^\circ$$

IME I PREZIME: MARKO ĆULINA

BROJ INDEKSA:

4/

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & = 9 \\ 2 & 2 & 6 & = 8 \\ -1 & -2 & -4 & = -9 \\ -4 & -1 & -9 & = -16 \end{array}$$

?

~~0~~

Popuniti odmah!

IME I PREZIME:

IVAN ŠKARA

BROJ INDEKSA:

56180

DATUM: 01.09.11 VRIJEME: OD

DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xx000
Broj ↓
bodova

1. Odrediti točke infleksije funkcije $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.
2. Odrediti i ispitati sve asimptote funkcije $g(x) = \frac{x}{\ln x}$.
3. Riješiti među kompleksnim brojevima $\frac{z-i}{z^2-i} = 2$. Možete koristiti formulu za nultočke kvadratne funkcije.
4. Odrediti sva koja postoje rješenja sustava linearnih jednažbi:

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\-x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\-4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16\end{aligned}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(1, 1, 3)$, $B(0, 1, 0)$ i $C(2, 0, 0)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

