Popuniti odmah!

IME I PREZIME: ANDREA SAVIĆ **BROJ INDEKSA:** 41

DATUM: VRIJEME: OD 8:30 DO 9:40.

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

	Broj ↓ bodova	
1. Izračunati $\int_0^1 \sin^3 y \, dy$.	15	0
2. Izračunati $\int e^{2x} x^2 \, dx$.	15	0
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	15	6
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$.	20	15
5. Pronaći opće rješenje problema: $y' + xy^2 + x = 0$.	20	20
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = e^{x^2}$ oko točke $x_0 = 0$.	15	0

1. $\int_0^1 \sin^3 y\,dy = \int_0^1 \sin y \sin^2 y\,dy = \int_0^1 \sin y(1-\cos^2 y)dy$ ✓

$\sin y = t$
$\cos y\,dy = dt$

$\int_0^1 \sin y\,dy - \int_0^1 \sin y \cos^2 y\,dy$ ✓

SUPSTITUCIJA
$t = \cos y$
$dt = -\sin y\,dy$
$\int \sin y \cos^2 y\,dy = -\int t^2 dt$

$-\cos y\Big|_0^1 - \int_0^1 t\,dt$ ×

$= -\cos 1 + \cos 0 = \int_0^1$?

0

IME I PREZIME: ANDREA STUIĆ BROJ INDEKSA:

2. $\int e^{2x}x^2dx = \left\{ \begin{array}{l} u=x^2, du=2xdx \\ dv=e^{2x}dx \Rightarrow v=e^{2x} \end{array} \right\}$

VIDI PEROVIĆ

$uv-\int vdu = x^2e^{2x} - 2\int xe^{2x}dx = \left\{ \begin{array}{l} u=x \; du=dx \\ dv=e^{2x}dx \; v=e^{2x} \end{array} \right\}$

$= x^2e^{2x} - 2\cdot(xe^{2x} - \int e^{2x}dx =$

$= x^2e^{2x} - 2xe^{2x} + 2e^{2x} + C$

$\emptyset$

3. $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ $y \neq 0$

$D(f) = y \neq 0$

$\frac{x^2}{y} = c$

$y = \frac{x^2}{c}$ $Im(f) = \mathbb{R}$

$c = 1$ $y = x^2$

$c = -1$ $y = -x^2$

$c = 4$ $y = \frac{x^2}{4}$

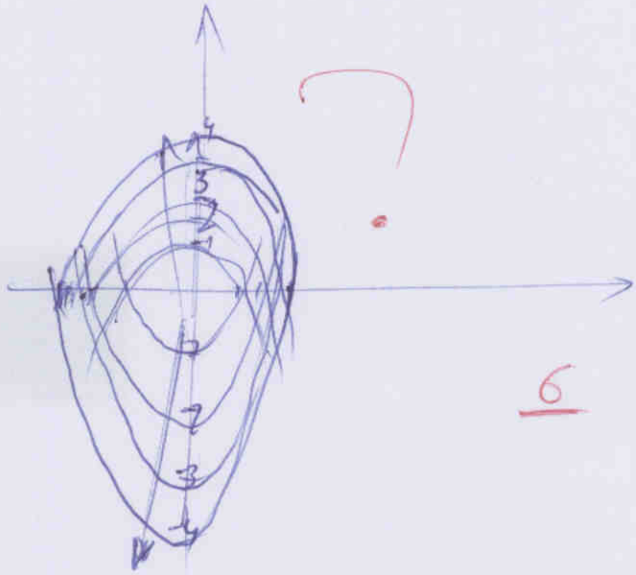
$c = -4$ $y = \frac{x^2}{4}$

$c = 2$ $y = \frac{x^2}{2}$

$c = -2$ $y = -\frac{x^2}{2}$

$c = 3$ $y = \frac{x^2}{3}$

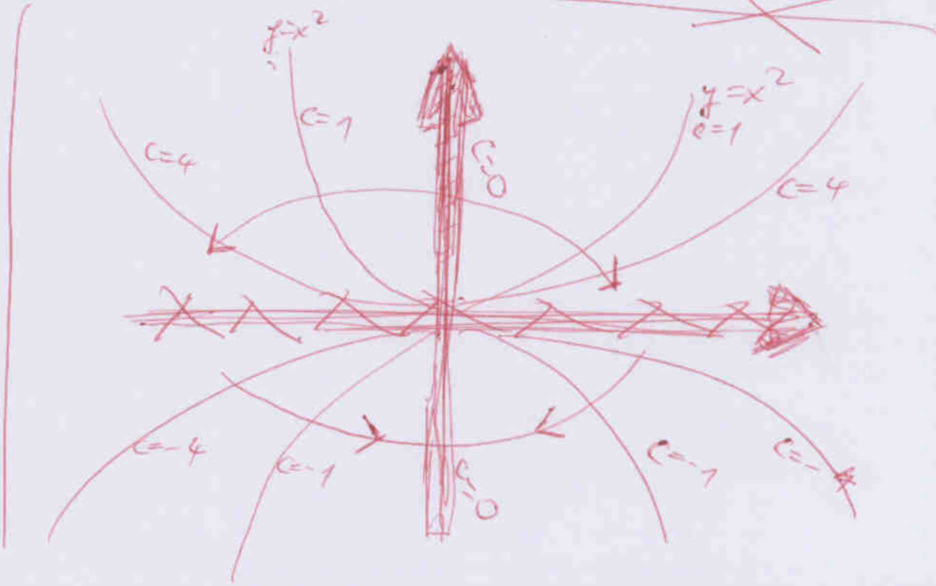
$c = -3$ $y = -\frac{x^2}{3}$



?

6

ne postoji limes jer se krivulje ne sijeku u ishodištu



IME I PREZIME: ANDREA SAVIĆ BROJ INDEKSA:

4. $f(x,y)=x^3-3xy+y^2$

$D(f)=R\times R$ ✓

$d_x f=3x^2-3y$

$d_y f=-3x+2y$

$3x^2-3y=0$

$-3x+2y=0 \Rightarrow 3x=2y$

$y=\frac{3}{2}x$

$3x^2-3\cdot\frac{3}{2}x=0$

$3x^2-\frac{9}{2}x=0$

$x\left(3x-\frac{9}{2}\right)=0$

$x=0 \quad 3x-\frac{9}{2}=0$

$y=0 \quad 3x=\frac{9}{2} \,/\cdot 2$

$6x=9 \,/:6$

$x=\frac{9}{6}=\frac{3}{2} \Rightarrow y=\frac{9}{4}$ ✓

$T_1(0,0) \quad T_2\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$

$A=d_{xx}f=6x$

$B=d_{xy}f=6x-3$ ✗

$C=d_{yy}f=2$

$T(0,0)$ $A=0 \quad B=-3 \quad C=2$

$D=0-9=-9<0$ ✓

sedlasta tačka

$T\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$ $A=6\cdot\frac{3}{2}=9$

$B=6$

$C=2$

$D=9\cdot 2-6^2=18-36$

$=-18<0$ ✗

VIDI PEROVIĆ

15

6. $f(x)=e^{x^2} \quad x_0=0$

$f(x)=e^{x^2} \Rightarrow f(x_0)=e^0=1$

$f'(x)=e^{x^2}\cdot 2x \Rightarrow f'(x_0)=0$

$f''(x)=2e^{x^2}+2x\cdot 2x\cdot e^{x^2}$

$=2e^{x^2}+4x^2e^{x^2} \Rightarrow f''(x)=2$

$f'''(x)=4xe^{x^2}+8xe^{x^2}+8x^3e^{x^2} \Rightarrow f'''(x)=0$ ✓

$f(x)=1+\frac{0}{1!}(x)+\frac{2}{2}(x-x_0)$ (?)

$+\frac{0}{3}(x-x_0)$ (?)

$=1+0+2x+0$ ✗

$=1+2x$ ✗

0

IME I PREZIME: ANDREA SAVIĆ BROJ INDEKSA:

5. $y' + xy^2 + x = 0$

$y' = -xy^2 - x = -x(y^2+1)$

$g(y) = (y^2+1) \quad f(x) = -x$

$\frac{dy}{(y^2+1)} = -x\,dx$ ✓

$\int \frac{dy}{y^2+1} = -\int x\,dx$

$\operatorname{arctg} y = -\frac{x^2}{2} + C$ ✓

20

x

Popuniti odmah!

Ime i prezime: RIKARDO PEROVIĆ **Broj indeksa:** 57346 (40)

Datum: 30. 06. Vrijeme: od 8:30 do 9:45 .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

	Broj bodova	
1. Izračunati $\int_0^1 \sin^3 y \, dy$.	15	0
2. Izračunati $\int e^{2x} x^2 \, dx$.	15	10
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	15	
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$.	20	15
5. Pronaći opće rješenje problema: $y' + xy^2 + x = 0$.	20	
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = e^{x^2}$ oko točke $x_0 = 0$.	15	15

2) $\int e^{2x} x^2 dx = \left| \begin{array}{l} u = x^2 \\ du = 2x dx \\ dv = e^{2x} \\ v = \int e^{2x} dx = \left| \begin{array}{l} t = 2x \\ dt = 2dx \\ dx = \frac{dt}{2} \end{array} \right| = \int e^t \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} e^t = \frac{1}{2} e^{2x} \end{array} \right|$

$= x^2 \cdot \frac{1}{2} e^{2x} - \int \frac{1}{\cancel{2}} e^{2x} \cdot \cancel{2}x dx =$ ✓

$= x^2 \cdot \frac{1}{2} e^{2x} - \int e^{2x} \cdot x dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ du = dx \\ dv = e^{2x} \\ v = \int e^{2x} = \frac{1}{2} e^{2x} \end{array} \right|$ ✓

$= x^2 \cdot \frac{1}{2} e^{2x} - \left(x \cdot \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx \right) =$ ×

$= x^2 \cdot \frac{1}{2} e^{2x} - x \cdot \frac{1}{2} e^{2x} \underset{+}{-} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} e^{2x}$

$= \frac{x^2}{2} e^{2x} - \frac{x}{2} e^{2x} \underset{+}{-} \frac{1}{4} e^{2x}$ ×

$= \frac{1}{2} e^{2x} \left(x^2 - x \underset{+}{-} \frac{1}{2} \right) + C$ ×

10

VIDI SAVIĆ

Ime i prezime: RIKARDO PEROVIĆ **Broj indeksa:** 57346

DOMENA?

4.) $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$

$f_x = 3x^2 - 3y$

$f_y = -3x + 2y$

$3x^2 - 3y = 0 \Rightarrow 3x^2 = 3y$

$-3x + 2y = 0 \qquad x^2 = y$

$\Rightarrow 2y = 3x \qquad x^2 = \frac{3}{2}x$

$y = \frac{3}{2}x \qquad x^2 - \frac{3}{2}x = 0$

$x(x - \frac{3}{2}) = 0$

$x_1 = 0 \qquad x - \frac{3}{2} = 0$

$y_1 = 0 \qquad x_1 = \frac{3}{2}$

$y_2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$

$f_{xx} = 6x$

$f_{xy} = -3$

$f_{yy} = 2$

$T1(0,0)$

$A = 0$

$B = -3$

$C = 2$

$\Delta = 0 \cdot 2 - (-3)^2$

$\Delta = -9$

SEDLASTA TOČKA

$T2(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$

$A = 9$

$B = -3$

$C = 2$

$A > 0 \Rightarrow$ minimum

$\Delta = 9 \cdot 2 - (-3)^2$

$\Delta = 18 - 9 = 9 > 0$ ekstrem postoji

$f_{2min} = (\frac{3}{2})^3 - 3 \cdot (\frac{3}{2}) \cdot (\frac{9}{4}) + (\frac{9}{4})^2 = -1{,}6875$

15

6.) $f(x) = e^{x^2} \qquad x_0 = 0$

$f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x = 2x \cdot e^{x^2}$

$f''(x) = 2 \cdot e^{x^2} + 2x \cdot e^{x^2} \cdot 2x = 2 \cdot e^{x^2} + 4x^2 \cdot e^{x^2}$

$f'''(x) = 2 \cdot e^{2x} \cdot 2x + [8x \cdot e^{x^2} + 4x^2 \cdot e^{x^2} \cdot 2x]$

$= 4x \cdot e^{x^2} + 8x \cdot e^{x^2} + 8x^3 \cdot e^{x^2}$

$f(0) = e^{x^2} = 1$

$f'(0) = e^{x^2} \cdot 2x = 1 \cdot 0 = 0$

$f''(0) = 2 \cdot e^{x^2} + 4x^2 \cdot e^{x^2} = 2$

$f'''(0) = 4x \cdot e^{x^2} + 8x \cdot e^{x^2} + 8x^3 \cdot e^{x^2} = 0$

$e^{x^2} = 1 + (x-0) \cdot 0 + \frac{(x-0)^2}{2} \cdot 2 + \frac{(x-x_0)^3}{6} \cdot 0$

$e^{x^2} = 1 + (x-0)^2$

$\approx 1 + x^2$

15

Ime i prezime: RIKARDO PEROVIĆ **Broj indeksa:** 57346

1.) $\int_0^1 \sin^3 y\,dy = \int_0^1 \sin y \cdot \sin^2 y\,dy = \int_0^1 \sin y \cdot (1-\cos^2 y)\,dy =$

$= \int_0^1 (\sin y - \sin y \cdot \cos^2 y)\,dy =$?

$\varnothing$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: Matija Pećarić **BROJ INDEKSA:** 17-0032-2010

30

DATUM: VRIJEME: OD 8:20 DO 9:30 .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

	Broj ↓ bodova
1. Izračunati $\int_0^1 \sin^3 y \, dy$.	15 0
2. Izračunati $\int e^{2x} x^2 \, dx$.	15 0
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$.	20 10
5. Pronaći opće rješenje problema: $y' + xy^2 + x = 0$.	20 20
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = e^{x^2}$ oko točke $x_0 = 0$.	15 0

1. $\int_0^1 \sin^3 y \, dy = \int \sin^2 y \sin y \, dy$

$= \int (1-\cos^2 y) \sin y \, dy \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos y = t \\ -\sin y \, dy = dt \end{array} \right\}$ ✓

$= \int (1-t^2) - dt$ ✓

$= \int 1 dx - \int t^2 dx$

$= x - \frac{t^3}{3}$

$= x - \frac{\cos^3 y}{3} + c$

0

ZADAN JE ODREĐENI INTEGRAL KOJI ZA REZULTAT IMA BROJ

$= -\int_{t_1}^{t_2} dt + \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt$

$= \left(-t + \frac{t^3}{3}\right)_{t_1}^{t_2}$

$= \left(-\cos y + \frac{\cos^3 y}{3}\right)_0^1$

$= -\cos 1 + \frac{\cos^3 1}{3} - \left(\underbrace{-\cos 0}_{=1} + \frac{\cos^3 0}{3}\right)$

$= -\cos 1 + \frac{(\cos 1)^3}{3} + 1 - \frac{1}{3}$

$= \frac{2}{3} - \cos 1 + \frac{(\cos 1)^3}{3}$

Ime i prezime: Hatgja Pećarić **Broj indeksa:** 17-0032-2010

2. $\int e^{2x}x^2dx = \begin{cases} e^{2x}=u \\ 2^{2x}dx=du \end{cases}$ $\boxed{\begin{matrix} x^2dx=dv \\ 2x=v \end{matrix}}$ ×

$e^{2x}= e^{2x}\cdot 2$

$u\cdot v-\int v\cdot du$

$e^{2x}\cdot 2x-\int 2x\cdot 2^{2x}dx$

$e^{2x}\cdot 2x-\int 2xdx\cdot\int 2^{2x}dx$

$e^{2x}\cdot 2x-2x\cdot\ 2x\int 2dx$

$e^{2x}\cdot 2x-2x\cdot 4x^2$

$e^{2x}\cdot 2x-6x^3$

∅

4. $f(x,y)=x^3-3xy+y^2$

$D(f)=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ✓

$\frac{df}{dx}=3x^2-3(x'\cdot y+x\cdot y')+0$

$=3x^2-3(y+0)+0$

$=3x^2-3y \Rightarrow 3(x^2-y)$

$\frac{df}{dy}=0-3(x'\cdot y+x\cdot y')+2y$

$=-3(0+x)+2y$

$=-3x+2y$

$3x^2-3y=0 \;/:3$

$-3x+2y=0$

$x^2-3y=0$

$-3x+2y=0 \Rightarrow -3x=-2y$

$3x=2y$

$x=\frac{2}{3}y$

$\left(\frac{2}{3}y\right)^2-3y=0$

$\frac{4}{9}y^2-3y=0 \;/\cdot 9$

$4y^2-27y=0$

$y(4y-27)=0$

$y=0$

$4y=27$

$y=\frac{27}{4}=6.75$

$\left(\frac{2}{3}\cdot 6{,}75\right)^2-3\cdot 6.75$

$=20.25-20.25$

$=0$

Ime i prezime: Mateja Pećarić **Broj indeksa:** 17-0032-2010

$$-3x^2-3y=0 \quad / :3$$
$$-3x+2y=0$$

$$x^2-y=0$$
$$x^2=y$$
$$y=x^2$$

$$\Downarrow$$

$$\Rightarrow -3x+2x^2=0$$
$$2x^2-3x=0$$
$$x(2x-3)=0$$
$$\underline{x=0}$$
$$2x-3=0$$
$$2x=3$$
$$\underline{x=\frac{3}{2}}$$

$$y=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$$

$$S_1(0,0)$$
$$S_2\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$$

$$3x^2-3y$$
$$r=6x+0=6x$$
$$s=0-3=-3$$
$$-3x+2y$$
$$t=-3 \times$$

$$S_1(0,0)$$
$$r\cdot t-s^2=6\cdot 0\cdot(-3)-(-3)^2$$
$$=0-9$$
$$=-9$$

$r=0$
$s=-3$
$t=-3$
$r\cdot t-s^2<0$

neodlučan slučaj
SEDLASTA TOČKA

$$S_2\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$$
$$r\cdot t-s^2=6\cdot\frac{3}{2}\cdot(-3)-(-3)^2$$
$$=-\frac{54}{2}-9$$
$$=-27-9=-36$$

$r=\frac{18}{2} \times \; r>0$
$s=-3 \times$
$t=-3$ ✓
$r\cdot t-s^2<0$

maximum ×

10

Ime i prezime: Mateja Pećarić **Broj indeksa:** 17-0032-2010

5. $y' + xy^2 + x = 0$

$\frac{dy}{dx} + xy^2 + x = 0$

$\frac{dy}{dx} = -xy^2 - x \,/\cdot dx$

$dy = (-xy^2 - x)\,dx$

$dy = -x(y^2+1)\,dx \,/ : y^2+1$

$\int \frac{dy}{y^2+1} = \int -x\,dx$

$\frac{1}{1}\operatorname{arctan}\frac{y}{1} + c = -\frac{x^2}{2}$

$\operatorname{arctan} y + c = -\frac{x^2}{2}$ ✓

20

6. $f(x) = e^{x^2}$

$x_0 = 0$

$f(x) = e^{x^2}$

$f'(x) = (e^{x^2})' \cdot (x^2)'$

$= e^{x^2} \cdot 2x$ ✓ $\overset{?}{\Longrightarrow} f(0) = e^0 \cdot 2 \cdot 0 = 1$? ?

$f''(x) = (e^{x^2}{}' \cdot 2x - e^{x^2} \cdot 2x')$

$= e^{x^2} 2x - 2e^{x^2} \Longrightarrow f(0) = e^0 \cdot 2 \cdot 0 - 2e^0 = -2$

$f'''(x) = (e^{x^2}{}' \, 2x - e^{x^2} \cdot 2x') - 2(e^{x^2})(x^2)$

$= e^{x^2} \cdot 2x - 2e^{x^2} - 4e^{x^2} \Longrightarrow f(0) = e^0 \cdot 2 \cdot 0 + 2 \cdot e^0 - 4e^0 = 2 - 4 = -2$

TAYLOROV RAZVOJ ?

$\emptyset$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: STIPE SPANJA **BROJ INDEKSA:** 0269045267

DATUM: 30.06.2011. VRIJEME: OD 9:20 DO 10:00 .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Izračunati $\int_0^1 \sin^3 y \, dy$. 15 Ø
2. Izračunati $\int e^{2x} x^2 \, dx$. 15 Ø
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2$. 20
5. Pronaći opće rješenje problema: $y' + xy^2 + x = 0$. 20
6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = e^{x^2}$ oko točke $x_0 = 0$. 15 Ø

6. $f(x) = e^{x^2} \qquad x_0 = 0$

$f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x$ ✓

$f''(x) = e^{x^2} \cdot 2x \cdot 2x + e^{x^2} \cdot 2 = e^{x^2} \cdot 4x^2 + 2e^{x^2}$ ✓

$f'''(x) = e^{x^2} \cdot 2x \cdot 4x^2 + e^{x^2} \cdot 8x + 2e^{x^2}$ ✗

$f'(0) = 2$ ✗ $\qquad f(0) = 1$ ✓

$f''(0) = 2$ ✗

$f'''(0) = 2$ ✗

$f(x) = 1 + \frac{2}{1}(x-0)^1 + \frac{2}{2}(x-0)^2 + \frac{2}{6}(x-0)^3$ ✗

$f(x) = 1 + 2x + x^2 + \frac{1}{3}x^3$

$e^{x^2} = 1 + 2x + x^2 + \frac{1}{3}x^3$

Ø

Ime i prezime: STIPE ŠPANJA **Broj indeksa:** 0269045267

1. $\int_0^1 \sin^3 y \, dy = \left\{ \begin{matrix} \sin y = t \\ dt = \cos y \end{matrix} \right\}$ $\emptyset$

$= \int_0^1 t^3 \cos y = \left\{ \begin{matrix} u = t^3, & du = 3t^2 \\ dv = \cos y & v = \sin y \end{matrix} \right\}$

$= t^3 \cdot \sin y + 3 \int \sin y \; t^2$

$= t^3 \cdot \sin y + 3(-\cos x) \cdot \frac{t^3}{3}$

$= t^3 \cdot \sin y - 3 \cos x \cdot \frac{t^3}{3}$

2. $\int e^{2x} x^2 dx = \left\{ \begin{matrix} u = e^{2x}, & du = e^{2x} \cdot 2 \\ dv = x^2 dx & v = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} \end{matrix} \right\}$

$= e^{2x} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3} \int x^3 \cdot e^{2x} = \left\{ \begin{matrix} u = e^{2x} & du = e^{2x} \cdot 2 \\ dv = x^3, & v = \frac{x^4}{4} \end{matrix} \right\}$ $\emptyset$

$= e^{2x} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}$

?