

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: DUŠO KRALSOV

BROJ INDEKSA:

40

DATUM:

VRIJEME: OD

9:45

DO

11:30

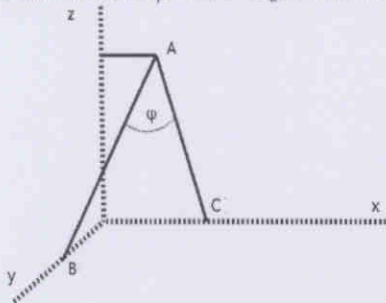
MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xx000  
Broj ↓  
bodova

1. Odrediti točke infleksije funkcije  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ .
2. Odrediti i ispitati sve asimptote funkcije  $g(x) = \frac{x}{\ln x}$ .
3. Riješiti među kompleksnim brojevima  $\frac{z-i}{z^2-i} = 2$ . Možete koristiti formulu za nultočke kvadratne funkcije.
4. Odrediti sva koja postoje rješenja sustava linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\-x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\-4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16\end{aligned}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su  $A(1, 1, 3)$ ,  $B(0, 1, 0)$  i  $C(2, 0, 0)$ . Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.



20

3)

$$\frac{z-i}{z-i} = 2 \quad | \cdot (z^2 - i)$$

$$-2z^2 + z + i = 0 \quad \checkmark$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 8i}}{-4}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{8i}}{-4}$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{8i}}{-4} = \frac{-1 + 3\sqrt{i}}{-4}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{8i}}{-4} = \frac{-1 - 3\sqrt{i}}{-4}$$

$\sqrt{1+8i} = ?$   
 FORMULOM ZA  
 KORIJEK KOMPL.  
 BROJA

$$|1+8i| = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}$$

$$\varphi = \arctan 8$$

$$z-i = 2 \cdot (z^2 - i)$$

$$z-i = 2z^2 - 2i$$

$$z - 2z^2 = -i$$

$$z - 2z \cdot z = -i$$

$$z^2 = -i$$

$$z = \sqrt{-i}$$

$$\varphi = \frac{3\pi}{2}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{0^2 + (-1)^2}$$

$$r = 1$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left( \cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right)$$

$$k=0,1$$

$$z_1 = \sqrt[4]{1} \left( \cos \frac{\frac{3\pi}{2} + 0}{4} + i \sin \frac{\frac{3\pi}{2} + 0}{4} \right) = \sqrt[4]{1} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$z_2 = \sqrt[4]{1} \left( \cos \frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{4} + i \sin \frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{1} \left( \cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right) = \sqrt[4]{1} \left( \cos \frac{2\pi}{4} + i \sin \frac{2\pi}{4} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$$



$$z_1 = \sqrt[4]{65} \left( \cos \frac{\varphi}{4} + i \sin \frac{\varphi}{4} \right)$$

$$z_2 = \sqrt[4]{65} \left( \cos \frac{\varphi + 2\pi}{4} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi}{4} \right)$$

$$x_1 = \frac{-4 \pm z_1}{-4}$$

$$x_2 = \frac{-4 \pm z_2}{-4}$$

asimptote a) vertikalne

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty \text{ onda je } x = a \text{ V. A.}$$

b) horizontalne  $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = l \quad y = l \text{ H. A.}$

c) kosu  $y = kx + l \quad k = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{f(x)}{x} \quad l = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} (f(x) - kx)$

$$k \neq 0$$

$$l \neq \infty$$

d) K. A.

$$y = kx + l$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x}{kx}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{kx} = \frac{1}{\infty} = 0$$

NEMA K. A. ✓

20

$$2) f(x) = \frac{x}{\ln x} \quad \ln x = 2$$

$$x = e^2$$

a) DOKAZA

$$\mathbb{I} \quad x > 0$$

$$\mathbb{II} \quad \ln x \neq 0$$

$$x \neq e^0$$

$$x \neq 1$$

$$Df = \langle 0, 1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle \quad \checkmark$$

$$Df = \langle 0, +\infty \rangle \setminus \{1\} \quad \checkmark$$

b) V. A.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$$

$$x \rightarrow a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\ln x} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{\ln x} = \frac{1}{0} = -\infty \quad \boxed{x=1} \text{ V. A.} \quad \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\ln x} = \frac{0}{-\infty} = 0$$

$$\boxed{x=0 \text{ nije vertikalna A.}} \quad \checkmark$$

c) H. A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln x} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{x}} = \frac{x}{1} = \infty \quad \checkmark$$

NEMA H. A.

5)

$$\vec{AB} \begin{bmatrix} 0-1 \\ 1-1 \\ 0-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} = v_1$$

$$\|v_1\| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$\vec{AC} \begin{bmatrix} 2-1 \\ 0-1 \\ 0-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} = v_2$$

$$\|v_2\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{11} = \sqrt{11}$$

$$\cos \angle (v_1, v_2) = \frac{v_1 \cdot v_2}{\|v_1\| \cdot \|v_2\|}$$

$$v_1 \cdot v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} = -1 + 0 + 9 = 8$$

$$\cos \angle (v_1, v_2) = \frac{8}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{11}}$$

$$\cos \angle (v_1, v_2) = \frac{8}{\sqrt{110}}$$

$$\angle (v_1, v_2) = 40,3^\circ$$

✓

20

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: NIKOLA KNEŽEVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-1-0002-1010

DATUM: 24.06.'11 VRIJEME: OD 8:20

DO 9:20

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xx000  
Broj ↓  
bodova

40

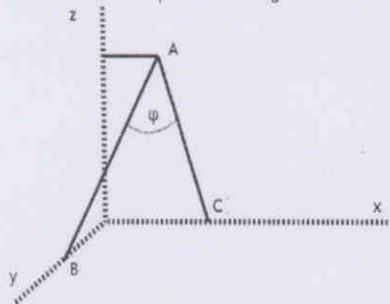
1. Odrediti točke infleksije funkcije  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ .
2. Odrediti i ispitati sve asimptote funkcije  $g(x) = \frac{x}{\ln x}$ .
3. Riješiti među kompleksnim brojevima  $\frac{z-i}{z^2-i} = 2$ . Možete koristiti formulu za nultočke kvadratne funkcije.
4. Odrediti sva koja postoje rješenja sustava linearnih jednačini:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\ -x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\ -4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16 \end{aligned}$$

20

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su  $A(1, 1, 3)$ ,  $B(0, 1, 0)$  i  $C(2, 0, 0)$ . Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.

20



$$\angle (v_1, v_2) = \arccos \frac{v_1 \cdot v_2}{\|v_1\| \|v_2\|}$$

$$\angle (v_1, v_2) = \arccos \frac{8}{10.489}$$

$$\angle (v_1, v_2) = 0.7033 \text{ rad}$$

✓

20

5

$$v_1 = \vec{AB} = [0-1, 1-1, 0-3] = [-1, 0, -3]$$

$$v_2 = \vec{AC} = [2-1, 0-1, 0-3] = [1, -1, -3]$$

$$v_1 \cdot v_2 = [-1, 0, -3] \cdot [1, -1, -3] = 8$$

$$v_1 \cdot v_2 = -1 + 0 + 9$$

$$v_1 \cdot v_2 = 8$$

$$\|v_1\| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+0+9} = \sqrt{10} = 3.162$$

$$\|v_2\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+1+9} = \sqrt{11} = 3.317$$

$$\|v_1\| \|v_2\| = 10.489$$

④ 
$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 6 & 6 \\ -1 & -2 & -4 & -4 \\ -4 & -1 & -9 & -16 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} \cdot (-2) \\ \leftarrow -1 \\ \leftarrow -4 \end{array} \right] \end{array} \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & -2 \\ 0 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ \leftarrow -1 \end{array} \right] \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ \leftarrow -3 \\ \leftarrow -5 \end{array} \right] \end{array} \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{array} \right]$$

20

SUSTAV NEMA RJEŠENJA!

③

$$\frac{z-i}{z^2-i} = 2 \quad | \cdot (z^2-i)$$

$$z-i = 2(z^2-i)$$

$$z-i = 2z^2-i$$

$$z-2z^2 = -i+i$$

$$z-2z^2 = i$$

DALJE... ?

$z^2 - z - i = 0$  KVADRATNA JEDNAČBA

$$z_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4 \cdot (-i)}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8i}}{4}$$

$$z_1 = \frac{1 + \#}{4}$$

$$z_2 = \frac{1 + \#}{4}$$

$\sqrt[2]{1+8i} = \dots$  KORJEN IZ KOMPLESNOG BROJA

$|1+8i| = \sqrt{1^2+8^2} = \sqrt{65}$

$\text{Arg}(1+8i) = \arctan 8$

$= \dots = \rightarrow \#$   
 $= \dots = \rightarrow \#$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME:

BUTKIN SIMA

BROJ INDEKSA:

17-2-0049-2010

20

DATUM:

VRIJEME: OD

8:15

DO

9:10

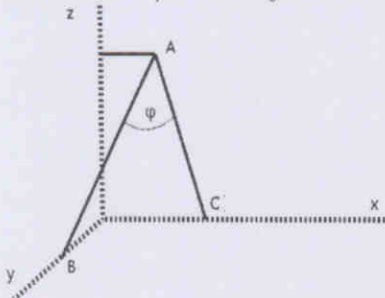
MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xx000  
Broj ↓  
bodova

1. Odrediti točke infleksije funkcije  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ .
2. Odrediti i ispitati sve asimptote funkcije  $g(x) = \frac{x}{\ln x}$ .
3. Riješiti među kompleksnim brojevima  $\frac{z-i}{z^2-i} = 2$ . Možete koristiti formulu za nultočke kvadratne funkcije.
4. Odrediti sva koja postoje rješenja sustava linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\-x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\-4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16\end{aligned}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su  $A(1, 1, 3)$ ,  $B(0, 1, 0)$  i  $C(2, 0, 0)$ . Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.



20



$$\textcircled{E} \quad \begin{aligned} A(1, 1, 3) \\ B(0, 1, 0) \\ C(2, 0, 0) \end{aligned}$$

$$V_1 \cdot V_2 = \|V_1\| \cdot \|V_2\| \cos \rho$$

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 0-1 \\ 1-1 \\ 0-3 \end{bmatrix} = \vec{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{bmatrix} 2-1 \\ 0-1 \\ 0-3 \end{bmatrix} = \vec{AC} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\|V_1\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + (0)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{1+9}$$

$$= \sqrt{10}$$

$$= 3.16$$

$$V_1 \cdot V_2 = (-1) \cdot 1 + 0 \cdot (-1) + (-3) \cdot (-3)$$

$$V_1 \cdot V_2 = -1 + 9 = 8$$

$$\|V_2\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\|V_2\| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (-3)^2}$$

$$\|V_2\| = \sqrt{1+1+9}$$

$$= 3.31$$

$$V_1 \cdot V_2 = \|V_1\| \cdot \|V_2\| \cos \rho$$

$$8 = 3.16 \times 3.31 \cos \rho$$

$$8 = 10.45 \cos \rho / 10.45$$

$$\cos \rho = \frac{8}{10.45}$$

$$\cos \rho = 0.76$$

$$\rho = 0.698$$



20

IME I PREZIME:

ŠIME BUTERIN

BROJ INDEKSA:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\ -x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\ -4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16 \end{aligned}$$

$$1 \cdot -2 + 3 = 4$$

3)

$$\frac{z-i}{z^2-i} = z \sqrt{z^2-i} \quad \checkmark$$

$$\frac{z-i}{z^2-i} \cdot \frac{z+i}{z+i} = 2(z-i) \quad \checkmark$$

$$2z^3 - 2i - 2i^2 + i^2 = 2z^2 - 2i \quad \times$$

$$\cancel{2z^3} - \cancel{2z^3} - 2i - 2i^2 = -2i - i^2$$

$$2zi^2 = -3i$$

$$z(i)$$

VIDI KNEŽEVIĆ