Popuniti odmah!

Ime i prezime: STIPE ĆATALINIĆ **Broj indeksa:**

Datum: 2.5.2011. Vrijeme: od do .

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

xxoo Broj ↓ bodova

6

1. Odrediti determinantu matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. Odrediti domenu i sve asimptote funkcije $f(x) = x + \sqrt{x^2 + x + 1}$ 6

3. Ispitati konvergenciju reda $\sum \left(\frac{3n^2 + 3n + 3}{\frac{1}{n} + n^3 + 3n^2} \right)^n$

4. Ispitati domenu, periodičnost, parnost i prvu derivaciju funkcije $g(x) = \ln(\sin(2x))$. 0

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. 0

IME I PREZIME: STIPE KATALINIĆ BROJ INDEKSA:

2. $f(x) = x + \sqrt{x^2 + x + 1}$

$x^2 + x + 1 \geq 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$

$D(f) = \mathbb{R}$ ✓

$= \mathbb{R}$

6

- NEMA VERTIKALNE ✓

- HORIZONTALNA

~~$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x} = \frac{x^2 + x + 1 \,/ :x}{x \,/ :x} = x + x + 1 = 2x + 1$~~

~~$\lim_{x \to \infty} = 1$~~

~~HORIZONTALNA ASIMPTOTA JE 1~~

$\lim_{x \to +\infty} x + \sqrt{x^2+x+1} = +\infty + \sqrt{+\infty} = +\infty + \infty = +\infty$

~~KOSA~~ HORIZONTALNA

$\lim_{x \to \infty} = x^2 + x + 1 \,/ :x$

$0 = \frac{x^2}{x} + \frac{x}{x} + \frac{1}{x}$

$= 1$ HORIZONTALNA ASIMPTOTA JE 1

$y = 1$ ✗

KOSA

$k = \lim_{x \to \infty} = \frac{x^2 + x + 1 \,/ :x}{x \,/ :x} = \frac{x^2}{x} + \frac{x}{x} + \frac{1}{x} = 1$ ✗

$k = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2+x+1}}{x} = -$

[illegible]

$c = \lim_{x \to} =$

KOSA ASIMTOTA JE

$y = x + 1$ ✗

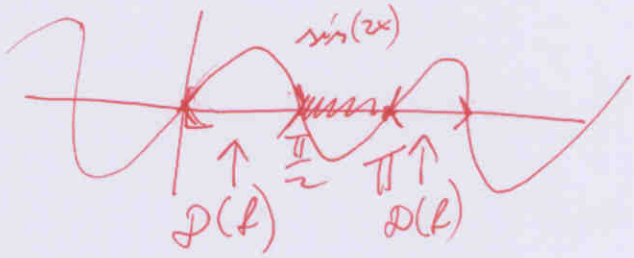
IME I PREZIME: STIPE KATALINIĆ BROJ INDEKSA:

4. $g(x) = \ln(\sin(2x))$

$D(gx) = \mathbb{R}$ ×

$D(\ln) = \langle 0, +\infty\rangle$

$\Rightarrow \sin(2x) > 0$



$D(f) = \langle 0, \frac{\pi}{2}\rangle$ NA OSNOVNOM PERIODU $= \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \langle 0+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\rangle$

PERIODIČNOST

$x = 3P$

$g(x) = \ln(\sin(2x))$

$g(x) = \ln(\sin(2\cdot 3p))$

$= \ln(\sin(6p))$

$6P = 2\pi$

$P = \frac{2\pi}{63}$

$P = \frac{\pi}{3}$ ×

PERIODIČNOST : $f(x) = f(x+P)$

sin je periodičan : $\sin(x) = \sin(x+2\pi)$

$x \leftrightarrow 2x \Longrightarrow \sin(2x) = \sin(2x+2\pi)$

$= \sin(2\cdot(x+\pi))$

$\Rightarrow \ln(\sin(2x)) = \ln(\sin(2\cdot(x+\pi)))$

$\Rightarrow f(x) = f(x+\pi)$

$\Rightarrow P = \pi$

PARNOST

$g(x) = \ln(\sin(2x))$

$g(-x) = \ln(\sin(-2x))$ ×

$g(x) = \ln(\sin(2x))$

TO JE PARNA FUNKCIJA ×

(NE) PARNOST :

sin je neparna $\sin(-x) = -\sin(x)$

DERIVACIJA

$g(x) = \ln(\sin(2x))$

$g'(x) = \ln(\sin(2x)) \cdot \cos(2x) + 1$

$g'(x) = \ln(\sin(2x)) \cdot \cos(2x)$ ∅

$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

$f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$, $f'(g(x)) = \frac{1}{g(x)}$

$g(x) = \sin(2x)$, $g'(x) = \cos(2x)\cdot 2$ =

KOMPOZICIJA

$= \frac{1}{\sin(2x)} \cdot \cos(2x) \cdot 2 = 2\frac{\cos(2x)}{\sin(2x)}$

IME I PREZIME: STIPE KATALINIĆ BROJ INDEKSA:

5. $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$x^2 \geq 0$
$x^2 + 1 \geq 1 > 0$

DOMENA

$x^2 + 1 > 0$

$x^2 = -1$ X

$x_1 = -1$

$x_2 = 1$

$D_{h(x)} = \{-1, 1\}$ X

$D(f) = \mathbb{R}$

VERTIKALNA ASIMTOTA

TO SU TOČKE = -1, 1 X

HORIZONTALNA

$\lim_{x \to \infty} = \frac{x^2 - 1 \; / : x^2}{x^2 + 1 \; / : x^2} = \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}} = \frac{1-0}{1+0} = \infty$ $= 1$

$\lim \frac{0}{0}$ je neodređen oblik

NEMA HORIZONTALNA

KOSA

$k = \lim_{x \to \infty} = \frac{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}{x} = \frac{x^2 - 1 \; / : x^2}{x^3 + x \; / : x^2} = \infty$

$y = kx + l$

$l = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} + 0 \cdot x$

$l = f(x) + kx$

NEMA KOSE

IME I PREZIME: STIPE ĆATALINIĆ BROJ INDEKSA:

Sjecište s osi x

$h(x)\ \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$x^2-1=0$

$x^2=1$

$x_1=-1$

$x_2=1$

Sjecište s osi y

$x=0$

$h(x)=\frac{0-1}{0+1}=\frac{-1}{1}$

$=1$

Sjecište je $y=1$

DERIVACIJA

$h(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$

$=\frac{f'\cdot g+f\cdot g'}{g^2}$

$h'(x)=\frac{2x\cdot(x^2+1)+(x^2-1)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$

$=\frac{2x^3+2x+2x^3-2x}{(x^2+1)^2}$

$=\frac{4x^3}{(x^2+1)^2}$

BODUJE SE SAMO GRAF

NEMA GRAFA

Ø

	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	−		+
$h(x)$	↘	•	↗

LOK MIN

$h(0)=-1$