IME I PREZIME: INES TOMIĆ BROJ INDEKSA: 10

OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: DATUM OD DO .

MATEMATIKA 3: Trajanje 100 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. ooxx

1. X je zadan kao trokut s vrhovima $O(0,0)$, $A(-1,2)$ i $C(2,-1)$. Skicirati taj trokut i izračunati dvostruki integral
$$\iint_X xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

2. Neka je X dio kugle $x^2+y^2+z^2=16$ za koji vrijedi $z\le 2$. Označimo sa ∂X rub od X. Izračunati plošni integral
$$\iint_{\widehat{\partial K}} x\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z + z\,\mathrm{d}x\mathrm{d}z + y\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

3. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z)=(y,z,x)$ i krivulja $\widehat{\Gamma}=\left\{(x,y,z)\,|\,x=\frac{1}{2}\cos t,\ y=\frac{1}{2}\sin t,\ z=\frac{\sqrt{3}}{2},\ t\in[0,\pi]\right\}$.

10

4. Izračunati
$$\int_{(2,2)}^{(1,1)} (y^2+2xy)\,\mathrm{d}x + (2xy+x^2)\,\mathrm{d}y$$

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu:
$$y'''(t)-2y''(t)=\mathrm{e}^t,\quad y(0)=y''(0)=1,\ y'(0)=1.$$

0

5. $y'''(t)-2y''(t)=e^t \qquad y(0)=y''(0)=1,\ y'(0)=1$

$y'''(t) \Rightarrow s^3Y(t)-s^2\cdot 1-s\cdot 1-1$

$\Rightarrow s^3Y(t)-s^2-s-1$

$y''(t) \Rightarrow s^2Y(t)-s\cdot 1-1$

$\Rightarrow s^2Y(t)-s-1$

$s^3Y(t)-s^2-s-1-2s^2Y(t)-s-1=\frac{1}{s-1}$

$Y(t)(s^3-2s^2)=\frac{1}{s-1}+s^2+s+1+s+1$

$Y(t)(s^3-2s^2)=\frac{s^3+s^2-1}{s-1}$

$Y(t)=\frac{s^3+s^2-1}{(s-1)(s^3-2s^2)}=\frac{s^3+s-1}{(s-1)s^2(s-2)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s^2}+\frac{C}{s-1}+\frac{D}{s-2}$

IME I PREZIME: INES TOMIĆ BROJ INDEKSA:

$$Y(t) = \frac{s^3+s^2-1}{s^4-3s^3+2s^2}$$

$$\frac{s^3+s^2-1}{s^2(s^2-3s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{Cs+D}{(s^2-3s+2)}$$

$$s^3+s^2-1 = As + As^2 - 3As + 2A + Bs^2 - 3Bs + 2B + Cs^3 + Ds^2$$

$$s^3+s^2-1 = s(A-3A-3B) + s^2(A+B+D) + Cs^3 + 2A + 2B$$

$C = 1$

$A+B+D = 1$

$2B = -1$

$B = \frac{-1}{2}$

$2A = -1$

$A = \frac{-1}{2}$

$-1 + D = 1$

$D = 1+1$

$D = 2$

$$Y = \frac{-1}{2}\cdot\frac{1}{s} + \left(\frac{-1}{2}\right)\cdot\frac{1}{s^2} + \frac{1s}{s^2-3s+2} + 2\cdot\frac{1}{s^2-3s+2}$$

DALJE...

IME I PREZIME: INES TOMIĆ BROJ INDEKSA:

3.

$$r\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\cos \\ \frac{1}{2}\sin \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \int_0^{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sin\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\cos\right)^2 + 1}$$

$$= \int_0^{\pi} \sqrt{\frac{1}{4}(\sin^2 t + \cos^2 t) + 1}$$

$$= \int_0^{\pi} \sqrt{\frac{5}{4}} = ?$$

✓ 10