

MATEMATIKA 3: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, tablica osnovnih integrala, tablica Laplaceovih transformacija, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posledicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

00x

IME I PREZIME: **ALEU BILKIĆ**

BROJ INDEKSA: **53804-2006**

1. Odrediti duljinu krivulje s parametrizacijom $x = t, y = t^{3/2}$ i $z = t$ između točaka $A(0, 0, 0)$ i $B(1, 1, 1)$.

2. Izračunati $\iint_{\partial K} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ gdje je $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} x^2 \\ x^2 \\ x^2 \end{pmatrix}$ i ∂K rub kugle K radijusa 1 s centrom u točki $T(1, 1, 1)$, a koji je orijentiran vanjskom normalom.

3. Izračunati volumen tijela omeđenog plohama: $2z = x^2 + y^2, z = 1$.

4. Neka je točkama $A(0, 3), B(3, 0)$ i $C(2, 2)$ dan trokut ABC i neka je C njegova kontura prijedena u pozitivnom smislu (suprotno od kazaljke na satu). Primjenom Greenove formule izračunati integral

$$\oint_C x^2 dx + y^2 dy$$

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačbu:

$$f'''(t) - 4f'(t) = \sin(2t), \quad f(0) = f'(0) = f''(0) = 0.$$

VIDI BUOVAE

5. $f'''(t) - 4f'(t) = \sin(2t)$

$$s^3 F(s) - s^2 f(0) - s f'(0) - f''(0) - 4s F(s) - f(0) = \frac{d}{s^2 + 2^2}$$

$$s^3 F(s) - 4s F(s) = \frac{2}{s^2 + 2^2}$$

$$-3s^2 F(s) = \frac{2}{s^2 + 4} \quad | \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$s^2 = -\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\frac{1}{2} s^2 + 2$$

$$\frac{1}{2} s^2 = 2$$

$$(s^3 - 4s) F(s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$F(s) = \frac{2}{(s^2 + 4)(s^3 - 4s)}$$

$$= \frac{2}{(s^2 + 4) \cdot s(s^2 - 4)}$$

$$= \frac{2}{(s^2 + 4) \cdot s \cdot (s-2)(s+2)}$$

$$= \frac{A}{s} + \frac{B}{s-2} + \frac{C}{s+2} + \frac{Ds+E}{s^2+4}$$

IME I PREZIME: ALEN BILKIĆ

BROJ INDEKSA: 53809-2006

$$n = 10, k = 1$$

$$k = 1$$

$$k = 1$$

$$k = 1$$

$$k = 1$$



MATEMATIKA 3: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, tablica osnovnih integrala, tablica Laplaceovih transformacija, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posledicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

00x

7

IME I PREZIME:

DANIEL RIMANIĆ

BROJ INDEKSA:

1. Odrediti duljinu krivulje s parametrizacijom $x = t$, $y = t^{3/2}$ i $z = t$ između točaka $A(0, 0, 0)$ i $B(1, 1, 1)$.

2. Izračunati $\iint_{\partial K} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ gdje je $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} x^2 \\ x^2 \\ x^2 \end{pmatrix}$ i ∂K rub kugle K radijusa 1 s centrom u točki $T(1, 1, 1)$, a koji je orijentiran vanjskom normalom.

3. Izračunati volumen tijela omeđenog plohama: $2z = x^2 + y^2$, $z = 1$.

4. Neka je točkama $A(0, 3)$, $B(3, 0)$ i $C(2, 2)$ dan trokut ABC i neka je C njegova kontura prijedena u pozitivnom smislu (suprotno od kazaljke na satu). Primjenom Greenove formule izračunati integral

$$\oint_C x^2 dx + y^2 dy$$

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačbu:

$$f'''(t) - 4f'(t) = \sin(2t), \quad f(0) = f'(0) = f''(0) = 0.$$

VIDI BUOVAC

$$\sin(2t) = \sin(2t) = \frac{s^2 + a^2}{s^2 + a^2}$$

IME I PREZIME: RIMONIC ANIJSZ

BROJ INDEKSA: 52777-2025
 $f(0)=0, f'(0)=0, f''(0)=0$

$$5.) f''''(t) - 4f''(t) = \sin(2t)$$

$$s^4 f(s) - s^2 f(0) - 2s f'(0) - f''(0) - 4(s^2 f(s) - f(0)) = \frac{2}{s^2 + 2^2}$$

$$s^4 f(s) - 4s^2 f(s) = \frac{2}{s^2 + 4} \quad \checkmark$$

$$f(s)(s^4 - 4s^2) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\boxed{s^2(s-2)(s+2)(s^2+4)}$$

$$f(s) = \frac{2}{(s^3 - 4s)(s^2 + 4)} = \frac{2}{s(s+2)(s-2)(s^2+4)} \quad \checkmark$$

$$f(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s-2} + \frac{Ds+E}{s^2+4}$$

~~$f = A + Be^{-2t} + Ce^{2t}$~~

$$2 = A(s+2)(s-2)(s^2+4) + Bs(s-2)(s^2+4) + Cs(s+2)(s^2+4) + Ds^2(s+2)(s-2) + Es(s+2)(s-2)$$

$$2 = As^2 - 4(s^2+4) + Bs^2 - 2Bs(s^2+4) + Cs^2 + 2Cs(s^2+4) + Ds^3 + 2Ds(s-2) + Es^2 + 2Es(s-2)$$

$$2 = \underbrace{As^2 - 4s^2 - 16} + \underbrace{Bs^2 - 2Bs^3 - 8Bs} + \underbrace{Cs^2 + 2Cs^3 + 8Cs} + \underbrace{Ds^3 + 2Ds^2 - 4Ds} + \underbrace{Es^2 + 2Es^2 - 4Es}$$

$$0 = -2B + 2C + D$$

$$0 = A + B + C + 2D + 3E$$

1.) $x = t$
 $y = t^{\frac{3}{2}}$
 $z = t$

$$r(t_1) = \begin{bmatrix} t \\ t^{\frac{3}{2}} \\ t \end{bmatrix}$$

$$r'(t_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\|r'(t_1)\| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{1+1+1}$$

$$t_1 = \sqrt{3}$$

$$r(t_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = t_2 = 0$$

$$r(t_3) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = t_3 = 0$$

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \|r'(t)\| dt \dots r'(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\|r'(t)\| = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{2 + \frac{9}{4}t}$$

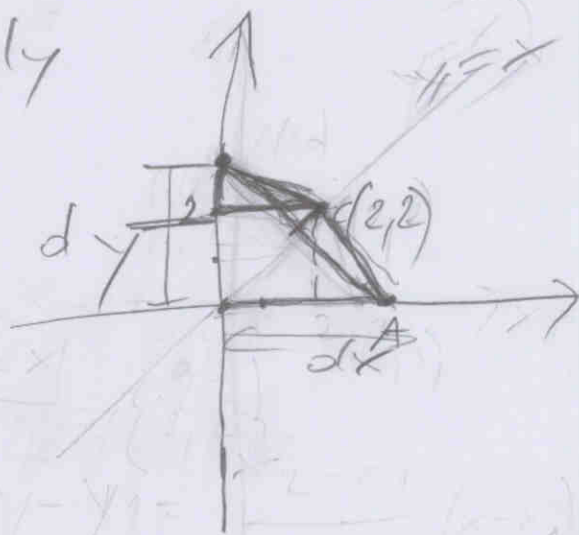
$$l = \dots \int_0^1 \sqrt{2 + \frac{9}{4}t} dt = \dots$$

(9.) $A(0, 3)$
 $B(3, 0)$
 $C(2, 2)$

$$\oint_C x^2 dx + y^2 dy$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 2x$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 2y$$



$$-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\int_2^3 \int_{-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}^{-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}} (2x - 2y) dy dx$$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$2. \int_2^3 \left(xy - \frac{y^2}{2} \right) dx$$

$$2. \int_2^3 \left[y \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - 2 \right) - \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - 2 \right)^2 \right] dx$$

$$2. \int_2^3 \left[y \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3-4}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3-4}{2} \right)^2 \right] dx$$

$$2. \int_2^3 \left[y \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3-4}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3-4}{2} \right)^2 \right] dx$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{1-1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} - 1 \frac{1}{8} = \frac{-4+1}{8} = -\frac{3}{8}$$

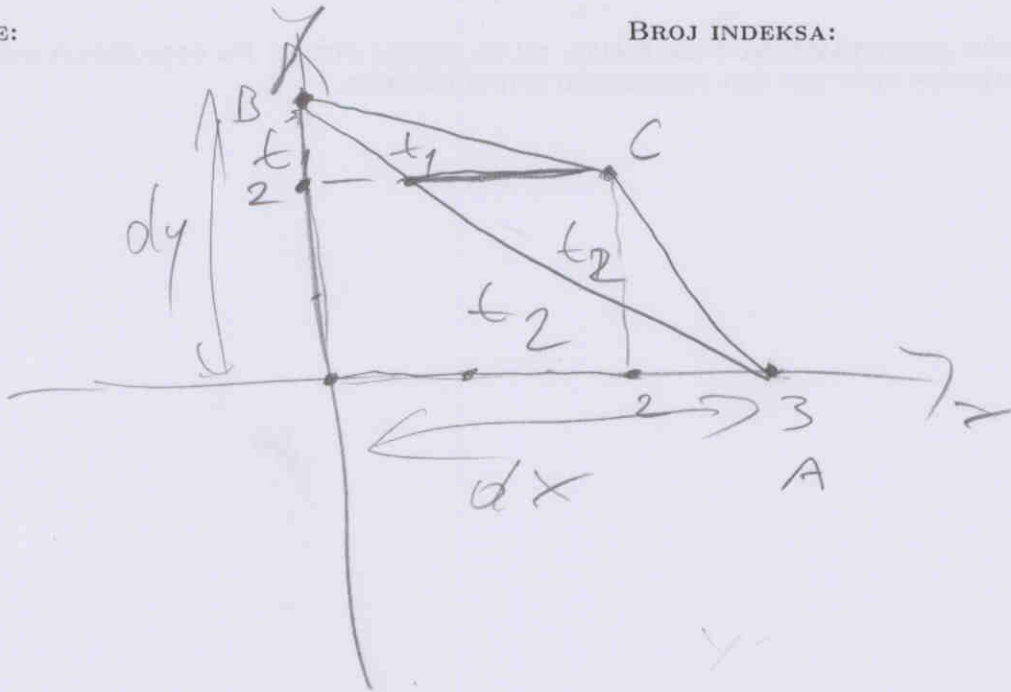
$$\oint_C P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

$$\int_C x^2 dx + y^2 dy = \iint_D \left(\frac{\partial(y^2)}{\partial x} - \frac{\partial(x^2)}{\partial y} \right) dx dy$$

$$= \iint_D 0 dx dy = 0$$

IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA:



t_1

$$BC \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ 3 & 0 \\ x_2 & y_2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$y - y_1 = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} (x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{2 - 3}{2 - 0} (x - 3)$$

$$y - 0 = \frac{-1}{2} (x - 3)$$

$$y - 0 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

IME I PREZIME: RIMANIĆ DANIJEL

BROJ INDEKSA: 52177-2025

$$2 \cdot \int_2^3 \left[-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4} \right) \right] dx$$

$$2 \cdot \int_2^3 \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{8} \right) dx$$

$$2 \cdot \int_2^3 \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{8} \right) dx$$

$$2 \cdot \int_2^3 \left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{2} - \frac{1}{8} \frac{x^3}{3} - \frac{3}{8}x \right)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{24} - \frac{3}{8}x \right) \Bigg|_2^3 = \frac{-66 - 1 - 9}{12}$$

$$= -\frac{76}{12}$$

$$= \frac{-3^2 - 2}{2} - \frac{3^3 - 2}{12} - \frac{3}{4} = \frac{-9 - 2}{2} - \frac{1}{12}$$

$$= -\frac{11}{2} - \frac{1}{12} - \frac{3}{4}$$