

Popuniti odmah!
IME I PREZIME:

DANIJEL SORIC

BROJ INDEKSA: 54803-2007

DATUM:

VRIJEME: OD 14:15 DO 15:20

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE

OXOX
Broj ↓
bodova

JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

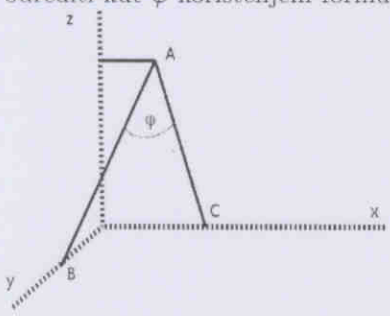
1. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \frac{x}{\ln x}$.
2. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $f(x)$ iz zadatka 1.
3. Odrediti prvu derivaciju funkcije $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-x-1}}$.
4. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 \\ 1 & -8 & -9 & -6 \\ 5 & 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

20

~~20~~

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(2,1,3)$, $B(0,2,0)$ i $C(2,0,0)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.



UKUPNO

~~40~~
20

4.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 \\ 1 & -8 & -9 & -6 \\ 5 & 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & -8 & -9 & -6 & -8 \\ 5 & 5 & 0 & 10 & 14 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_2 - 2R_1 \\ R_3 - R_1 \\ R_4 - 5R_1 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & -10 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -10 & -6 \end{array} \right] \begin{array}{l} \cdot (-5) \\ \\ \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \frac{6}{5} \\ 0 & -10 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -10 & -6 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 - 2R_2 \\ \\ R_3 + 10R_2 \\ R_4 + 5R_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 & \frac{8}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \end{array} \right]$$

SUSTAV NEMA
RIJEŠENJA

~~20~~

BESKONAČNO RIJEŠENJA.

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{8}{5} + x \\ b = \frac{6}{5} - x \\ c = x \\ d = 0 \end{array} \right\} \forall x \in \mathbb{R}$$

3.

$$g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-x-1}}$$

$$g(x)' = \frac{(x-1)' \cdot (\sqrt{x^2-x-1}) - (x-1) \cdot (\sqrt{x^2-x-1})'}{(\sqrt{x^2-x-1})^2}$$

$$g(x)' = \frac{1 \cdot (\sqrt{x^2-x-1}) - (x-1) \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2-x-1}}\right) \cdot (x^2-x-1)'}{(\sqrt{x^2-x-1})^2}$$

$$g(x)' = \frac{(\sqrt{x^2-x-1}) - \frac{x-1}{2\sqrt{x^2-x-1}} \cdot (2x-1)}{(\sqrt{x^2-x-1})^2} \quad \checkmark \quad 20$$

$$g(x)' = \frac{(\sqrt{x^2-x-1}) - \frac{(x-1) \cdot (2x-1)}{2\sqrt{x^2-x-1}}}{(\sqrt{x^2-x-1})^2} = \frac{(\sqrt{x^2-x-1}) - \frac{2x^2-x-2x+1}{2\sqrt{x^2-x-1}}}{(\sqrt{x^2-x-1})^2}$$

$$g(x)' = \frac{(\sqrt{x^2-x-1}) - \frac{2x^2-3x+1}{2\sqrt{x^2-x-1}}}{(\sqrt{x^2-x-1})^2} = \frac{\cancel{(\sqrt{x^2-x-1})} - \frac{2x^2-3x+1}{2\sqrt{x^2-x-1}}}{(\sqrt{x^2-x-1})^2}$$

$$g(x)' = \frac{1 - \frac{2x^2-3x+1}{2}}{\sqrt{x^2-x-1}} = \frac{2 - 2x^2 - 3x + 1}{2\sqrt{x^2-x-1}} = \frac{-2x^2 - 3x + 3}{2\sqrt{x^2-x-1}}$$

$$g(x)' = \frac{-2x^2 - 3x + 3}{2\sqrt{x^2-x-1}}$$

IME I PREZIME:

DANIJEL SORIC

BROJ INDEKSA:

S.

$$A(2, 1, 3)$$

$$AB[-2, 1, -3]$$

$$\|AB\| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-3)^2}$$

$$B(0, 2, 0)$$

$$AC[0, -1, -3]$$

$$\|AB\| = \sqrt{4 + 1 + 9} = [2, 1, 3]$$

$$C(2, 0, 0)$$

$$\|AC\| = \sqrt{0^2 + (-1)^2 + (-3)^2}$$

$$\|AC\| = \sqrt{0 + 1 + 9} = [0, 1, 3]$$

$$\cos f = \frac{AB \cdot (AB \times AC)}{\|AB\| \cdot (\|AB \times AC\|)}$$

~~X~~

~~Ø~~

$$\cos f = \frac{\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \right)}{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \right)} = \frac{\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}} = \frac{12 + 6 - 6}{0 + 6 + 6} = \frac{12}{12} = 1$$

$$\cos f = 1$$

VIDI PUDEJKO

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} = (-3 - 3) + (6 - 0) + (2 - 0) = [-6, 6, 2]$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = (3 - 3) + (6 - 0) + (2 - 0) = [0, 6, 2]$$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: IVAN ŠIKIĆ

DATUM: 10.2.2011. VRIJEME: OD 14:00

DO 16:10

BROJ INDEKSA: 17-1-0014-2010

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

oxox
Broj ↓
bodova

1. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \frac{x}{\ln x}$.

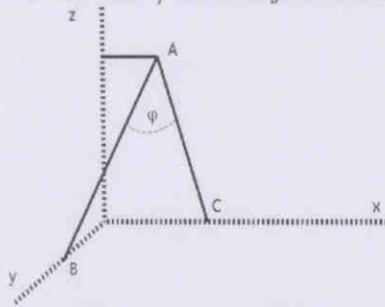
2. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $f(x)$ iz zadatka 1.

3. Odrediti prvu derivaciju funkcije $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-x-1}}$.

4. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 \\ 1 & -8 & -9 & -6 \\ 5 & 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su A(2,1,3), B(0,2,0) i C(2,0,0). Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.



AB $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ × AC $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$|A \cdot B| = |A| \cdot |B| \cdot \cos \varphi$$

$\sqrt{12} \cdot \sqrt{10} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \cos \varphi$

$10 \cdot 95 = -12 \cdot \cos \varphi$

$\varphi = 155^\circ 54' 18.5''$

$\cos \varphi = -0.600$

$\varphi = 131^\circ 00'$

~~0~~ $\sqrt{12} \cdot \sqrt{10}$

~~2+1+9~~

-14

~~0~~

1) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

NIJE PARNA
NIJE NEPARNA,

$D_f = \langle 0, 1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$

2)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x} = L'H' = \frac{x}{\ln x} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$

F-iji je RASTUĆA.

NEMA

$\ln x = 0 \Rightarrow$ ZA $x=1$, PREKID f-ije.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\ln x} = \frac{1}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{\ln x} = \frac{1}{0}$

$\frac{1}{0} = \pm \infty$

NEMA H.A

NEODREĐENOSTI
NEMA H.A

$f(x) = 0$

$0 \neq \frac{x}{\ln x}$

$f(0)$ nije def.

zlog funkcija $y = kx + l$?

$x \neq 0$

$f'(x) = \frac{\ln x - \frac{1}{x} \cdot x}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

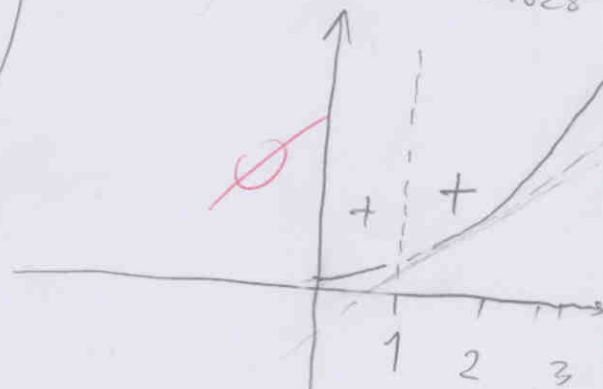
$f'(x) = 0$, ZA $x = e \approx 2.71828$

$f''(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot \ln x - \frac{1}{x} \cdot (\ln x - 1)}{(\ln x)^4}$

$= \frac{\frac{\ln x}{x} - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x}}{(\ln x)^4}$

$f''(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot (\ln x)^2 - (\ln x - 1) \cdot 2 \ln x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^4}$

VIDI PUDELKO



	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	-	-	+	+
$\ln x$	-	-	-	+
$\frac{x}{\ln x}$	-	-	-	+
			(+)	(+)

3. $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-x-1}}$

$f'(x) = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2-x-1} - \frac{1}{2\sqrt{x^2-x-1}} \cdot (x-1)}{(\sqrt{x^2-x-1})^2}$ X

$= \frac{2(\sqrt{x^2-x-1})^2 - x+1}{2\sqrt{x^2-x-1}}$ $= \frac{2x^2-3x-1}{2\sqrt{x^2-x-1}}$ $= \frac{2x^2-3x-1}{x^2-x-1}$

VIDI PUPELKO

4.
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 \\ 1 & -8 & -9 & -6 \\ 5 & 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & -8 & -9 & -6 & -8 \\ 5 & 5 & 0 & 10 & 14 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_2 - 2R_1 \\ R_3 - R_1 \\ R_4 - 5R_1}} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & -8 & -9 & -6 & -8 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & \frac{14}{5} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & -9 & -9 & -8 & -8 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & \frac{14}{5} \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_1 - 2R_2 \\ R_3 + 9R_2 \\ R_4 - R_2}} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 5 & \frac{8}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & -9 & -9 & -8 & -8 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & \frac{14}{5} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 5 & \frac{8}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & \frac{14}{5} \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 - R_2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 5 & \frac{8}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -8 & \frac{6}{5} \end{array} \right]$$

SUSTAV NEMA RJEŠENJA
~~2P~~
VIDI PODELKO

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: Frane Zenić

BROJ INDEKSA: 57649-2009

10

DATUM: _____

VRIJEME: OD 14:45

DO 15:35

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE

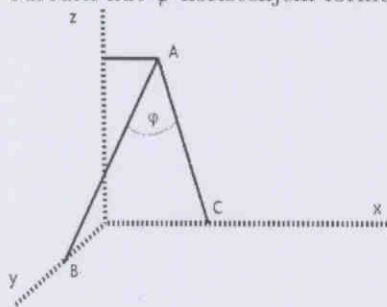
OXOX
Broj ↓
bodova

JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

1. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \frac{x}{\ln x}$.
2. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $f(x)$ iz zadatka 1.
3. Odrediti prvu derivaciju funkcije $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-x-1}}$.
4. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 \\ 1 & -8 & -9 & -6 \\ 5 & 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(2,1,3)$, $B(0,2,0)$ i $C(2,0,0)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.



$\vec{AB} = V_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$
 $\vec{AC} = V_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$V_1 \cdot V_2 = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = 0 - 1 - 9 = -10$
 $+ = 8$

5. $A(2,1,3)$
 $B(0,2,0)$
 $C(2,0,0)$

$\cos \varphi = \frac{V_1 \cdot V_2}{\|V_1\| \cdot \|V_2\|}$ ✓

$\cos \varphi (V_1, V_2) = \frac{-10}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{10}}$ ✗

10 $\cos \varphi (V_1, V_2) = \frac{-10}{2\sqrt{35}}$

$\|V_1\| = \sqrt{4+1+9}$

$\|V_1\| = \sqrt{14}$

$\|V_2\| = \sqrt{0+1+4}$
 $= \sqrt{5}$

$\cos \varphi (V_1, V_2) = \frac{-10}{2\sqrt{35}}$

$\cos \varphi = 2.5777650012$

$\varphi = 2.5777650012$

~~8~~

IME I PREZIME:

ZENIĆ

BROJ INDEKSA:

$$1 \quad f(x) = \frac{x}{\ln x}$$

$$f'(x) = \frac{x \cdot \ln x - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{0}{(\ln x)} = 0 \quad \boxed{y=0} - A. A. \quad \times$$

funkcija nema kose asimptote jer broj brojnika nije za 2 veći od nazivnika.

VIDI

PUDELKO

IME I PREZIME: Franc Zenić

BROJ INDEKSA:

2 Domena $D(f) = \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

Parnost: funkcija je parna

Periodičnost: nije periodična

IME I PREZIME:

Frane Ženič

BROJ INDEKSA:

$$3 \quad g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-x-1}}$$

$$g'(x) = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2-x-1} - (x-1) \cdot (2x-1)}{(\sqrt{x^2-x-1})^2} \quad \times$$

$$g'(x) = \frac{\cancel{\sqrt{x^2-x-1}} - 2x^2 - x - 2x + 1}{(\sqrt{x^2-x-1})^2}$$

$$g'(x) = \frac{-2x^2 - x - 2x + 1}{x^2 - x - 1} \quad \circ$$

$$g'(x) = \frac{-5x + 1}{x^2 - x - 1}$$

VIDI PUDELKO

Frane Zenit

IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 & 2 \\ 7 & -8 & -9 & -6 & -3 \\ 5 & 5 & 0 & 10 & 14 \end{bmatrix} \begin{matrix} (-2) \\ | \cdot (-1) \\ | \cdot (-5) \end{matrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & -10 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -10 & -6 \end{array} \right] \begin{matrix} (-2) \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & -10 & -6 \end{array} \right]$$

Sustav ima beskonačno rješenja
 $\begin{matrix} 5 & 5 & 6 \\ 5 & -5 & -10 & -6 \end{matrix}$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] | \cdot (-5)$$

DA, ALI KOJA?

VIDI PODELKO.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \cdot 5$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \cdot (-5)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$