

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: ANTE DUŠEVIĆ

BROJ INDEKSA: 59641

37

DATUM: 10. 02. 2011, VRIJEME: OD 11<sup>30</sup> h

DO 12:30

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE

oox  
Broj ↓  
bodova

JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

1. Odrediti determinantu matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

20

2. Odrediti domenu i sve asimptote funkcije  $f(x) = x - \sqrt{x^2 + x + 1}$

3. Ispitati konvergenciju reda  $\sum \left( \frac{2n^2 + 3n + 4}{\frac{1}{n} + 2n + 3n^2} \right)^n$

4. Ispitati domenu, periodičnost, parnost i prvu derivaciju funkcije  $g(x) = \ln(\cos(2x))$ .

17

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $h(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$ .

①  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot (-2) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = -1 \cdot 1 \times \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} =$

$= 1 \times \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 1 \times (1^{4+4} \cdot 1) \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix} = 1 \times \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \swarrow \\ \cdot (-2) \\ \downarrow \end{matrix} =$

$= 1 \times \begin{bmatrix} -7 & 0 & -4 \\ 2 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & -7 \end{bmatrix} = 1 \times (-1^{2+2} \cdot 1) \times \begin{bmatrix} -7 & -4 \\ -4 & -7 \end{bmatrix} = 1 \times \begin{bmatrix} -7 & -4 \\ -4 & -7 \end{bmatrix} =$

$= 1 \times (-7 \cdot (-7) - (-4) \cdot (-4)) = 1 \times (49 - 16) = 33 \checkmark$

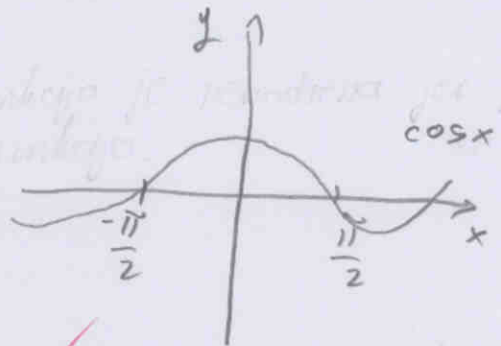
4.  $g(x) = \ln(\cos(2x))$

1) Domena

$$D(g) = \left\{ x : 2x \in \left( -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right) \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$= \left\{ x : x \in \left( -\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi \right) \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$= \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left( -\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi \right) \text{ ili } D(g) = \left( -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right) \checkmark$$



2) Periodičnost  $\rightarrow$  funkcija je periodična jer sadrži trigonometrijska obilježja.

2) Periodičnost  $\rightarrow$  funkcija je periodična jer sadrži trigonometrijska obilježja.

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x$$

$$\rightarrow \cos(2x + 2\pi) = \cos(2x)$$

$$\rightarrow \cos(2(x + \pi)) = \cos(2x)$$

$$\rightarrow \ln(\cos(2(x + \pi))) = \ln(\cos(2x))$$

$$\rightarrow f(x + \pi) = f(x)$$

$$\rightarrow P = \pi \checkmark$$

3) Parnost

$$g(-x) = \ln(\cos(-2x)) = \ln(-\cos(2x)) \neq g(x)$$

funkcija nije parna, a nije ni neparna  $\times$

cos JE PARNA :  $\cos(-2x) = \cos(2x)$

ZATO :  $\ln(\cos(-2x)) = \ln(\cos(2x))$

3) Prva derivacija

$$g(x) = \ln(\cos(2x))$$

$$g'(x) = \frac{1}{\cos 2x} \cdot (\cos 2x)' \cdot (2x)' = \frac{1}{\cos 2x} \cdot (-\sin 2x) \cdot 2$$

$$g'(x) = \frac{-2 \sin 2x}{\cos 2x} = -\frac{2 \sin 2x}{\cos 2x} \checkmark$$

17

5)  $h(x) = \frac{x^2+1}{x^2+2}$

1) Domena

$x^2+2=0$  ✓

$x^2=-2$  ✗

$x = \pm \sqrt{-2}$

$x = \pm 2$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$

2) Periodičnost

→ funkcija nije periodična jer nije trigonometrijska funkcija.

3) Nul tačke

$x^2+1=0$

$x^2=-1$

$x = \pm \sqrt{-1} = \pm i$

nema nul tački ✓

5) Parnost

$f(-x) = f(x)$

$h(-x) = \frac{(-x)^2+1}{(-x)^2+2} = \frac{x^2+1}{x^2+2} = h(x)$

Funkcija je parna ✓

6) Asimptote

a)  $x^2+2=0$

$x^2=-2$

$x = \pm \sqrt{-2}$

$x_1 = -2$

$x_2 = 2$

V.A.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x^2+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

VIDI CVAR

c) KOSIH NENA

7) TVER I ERSTREN

$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+2}$

$f'(x) = \frac{(x^2+1)' \cdot (x^2+2) - (x^2+1) \cdot (x^2+2)'}{(x^2+2)^2} = \frac{2x(x^2+2) - (x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+2)^2}$

$= \frac{2x^3+4x-2x^3-2x}{(x^2+2)^2} = \frac{6x}{(x^2+2)^2}$  ✓

$f'(x) = 0$

$6x = 0$

$x = 0$

stacionarna tačka ✓

DA LI JE MINIMUM ILI MAKSIMUM?

IME I PREZIME: ANTE DUŠEVIĆ

BROJ INDEKSA: 57641

5) NASTAVAK

$$h(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$$

8) TOČKE FUNKCIJE

|         |           |
|---------|-----------|
| x       | $-\infty$ |
| $f'(x)$ |           |
| $f(x)$  |           |

9) TOČKE INFLEKSIVNE

$$f(x) = \frac{6x}{(x^2 + 2)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(6x)' \cdot (x^2 + 2)^2 - 6x \cdot ((x^2 + 2)^2)'}{(x^2 + 2)^4} = \underline{\hspace{10cm}}$$

2.  $f(x) = x - \sqrt{x^2 + x + 1}$

1) Domena

$$x^2 + x + 1 = 0$$

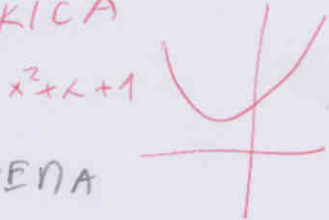
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

$\Rightarrow x^2 + x + 1$  NEMA  
REALNIH NULTOČAKA.  
VODEĆI ČLAN JE POZITIVAN  
SLIJEDI SKICA

c) KOSIH NEMA



DAKLE,  
 $x^2 + x + 1$  JE  
UVIJEK IZNAD  
NULE, PA  
UVIJEK POSTOJI

$$\sqrt{x^2 + x + 1}$$

$$\Rightarrow D(f) = \mathbb{R}$$

2) ASIMPTOTE

1)  $x^2 + x + 1 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \checkmark$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \times$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \times$$

V. A.

$\sqrt{-3}$  JE KOMPLEKSAN  
BROJ, TO ČINI JE DVA  
 $\sqrt{3}i, -\sqrt{3}i$