

Popuniti odmah!

IME I PREZIME:

VANJA HRASTIĆ - CAR

BRJ INDEKSA:

17-1-0036-2010

DATUM:

VRIJEME: OD 11:30

DO 13:05

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE

ooxx

JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

Broj ↓
bodova

1. Odrediti sva koja postoje rješenja sustava linearnih jednačbi:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\ -x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\ -4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16 \end{aligned}$$

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

3. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$.

4. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije $g(x) = x - \sqrt{1-x^2}$.

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije g iz zadatka 4. Posebno odgovoriti da li je funkcija ograničena.

UKUPNO 17

2) $\sum \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n}{n+1}\right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} \cdot \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{n}} = 1$

NEODLUČNO ZNAČI DA KRITERIJ NE RASPOZNAJE DA LI KONVERIRA ILI NE, ZATO POSTOJI NEKOLIKO KRITERIJA, TREBA POKUSATI S OSTALIMA.

1 = 1 = neodlučno, red ne konvergira

ni ne divergira

POGREŠNO

< 1 konvergira
> 1 divergira

1.)

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 6 & 0 & 6 \\ -1 & -2 & -4 & 0 & -4 \\ -4 & -1 & -9 & 0 & -16 \end{array} \right] \begin{array}{l} \\ R_2 - 2R_1 \\ R_3 + 1R_1 \\ R_4 + 4R_1 \end{array} = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & 0 & 0 \end{array} \right] \frac{1}{4} \cdot R_2$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 + 1R_2 \\ R_3 + 3R_2 \\ R_4 + 5R_2 \end{array} = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 & \frac{7}{2} \\ 0 & 4 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{2} \end{array} \right]$$

$0 = -\frac{3}{2}$

NEMOGUĆE

rješenje: $\begin{bmatrix} 7/2 \\ -1/2 \\ -3/2 \\ -5/2 \end{bmatrix}$

NEMA RJEŠENJA

KOLIKO IZNOSI $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$?

3) $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$

V.A. $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$

17

$2x^2 = x - 3$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{1-(-1)^2}{2 \cdot (-1)^2 - (-1) - 3} = \frac{0}{0} = 0$

$x = -1$ nije V.A. ✓

$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x) = \frac{1-(\frac{3}{2})^2}{2 \cdot (\frac{3}{2})^2 - (\frac{3}{2}) - 3} = \frac{-\frac{5}{4}}{0} = -\infty$

$x = \frac{3}{2}$ = vertikalna asimptota ✓

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{4}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4}$

$x_1 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$x_2 = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

$x_1 = \frac{3}{2}$
 $x_2 = -1$

H.A.

$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$

$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} \cdot \frac{1/x^2}{1/x^2}$

$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - 1}{2 - \frac{x}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ ✓

horizontalna asimptota je u $-\frac{1}{2}$ ni.

NEMA KOJE ASIMPTOTE ✓

4) $g(x) = x - \sqrt{1-x^2} =$

$x=0 \quad -\sqrt{1-x^2} \geq 0$

$1-x^2 \geq 0$

$-x^2 \geq -1$

$x^2 \geq 1$

$x \geq \pm 1$ ✗

$g(x) = x - \sqrt{1-x^2}$

$= 1 - (1-x^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ ✗

VIDI BOJICA

VUKOVIĆ



Popuniti odmah!

IME I PREZIME: PAULO VUKOVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0040-2040

7

DATUM: 10.2.211.

VRIJEME: OD 14:45

DO 15:50

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE

ooxx
Broj ↓
bodova

JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

1. Odrediti sva koja postoje rješenja sustava linearnih jednažbi:

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\-x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\-4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16\end{aligned}$$

~~0~~

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

3. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$.

7 ←

4. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije $g(x) = x - \sqrt{1-x^2}$.

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije g iz zadatka 4. Posebno odgovoriti da li je funkcija ograničena.

1.

$$X = \begin{bmatrix} -2 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4.

$$D = [-1, 1]$$

$$(x - \sqrt{1-x^2})' = 1 + x^{-\frac{1}{2}}$$

1.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 6 & 6 \\ -1 & -2 & -4 & -4 \\ -4 & -1 & -9 & -16 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R2-2R1 \\ R3+R1 \\ R4+4R1 \end{array} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & -2 \\ 0 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \frac{1}{4}R2 \\ \\ \end{array} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R1+R2 \\ R3+3R2 \\ R4+5R2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

λ

$0 = -\frac{3}{2}$

$$x = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

NEMA RJESENJA

$$\frac{4}{7} - \frac{1 \cdot 84}{2 \cdot 2} = -\frac{4}{2} = -2$$

4.

$g(x) = x - \sqrt{1-x^2}$

$D[-1, 1]$

7

$(x - \sqrt{1-x^2})' = x' - (\sqrt{1-x^2})' =$

$= 1 + x^{-\frac{1}{2}}$

$* = \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-x^2}$

$f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

$(1-x^2)' = 1' - x^{2'} = 0 - 2x = -2x$

$(\sqrt{-2x})' = -2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = -2 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = -x^{-\frac{1}{2}}$

$(x - \sqrt{1-x^2})' = 1 - \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}$

$\sqrt{1-x^2} = \left. \begin{array}{l} g(x) = 1-x^2, g'(x) = -2x \\ f(x) = \sqrt{x}, f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \end{array} \right\}$

Popunite odmah!

IME I PREZIME:

Lovre N. Bilović

BRJ INDEKSA:

17-2-0035-2010

DATUM:

VRIJEME: OD 13:24

DO

14:45

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE

ooxx

JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

Broj ↓
bodova

1. Odrediti sva koja postoje rješenja sustava linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\ -x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\ -4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16 \end{aligned}$$

20

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

~~0~~

3. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$.

8

4. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije $g(x) = x - \sqrt{1-x^2}$.

20

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije g iz zadatka 4. Posebno odgovoriti da li je funkcija ograničena.

UKUPNO (48)

2. $\sum \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$
 $\lim \sqrt[n]{\left(\frac{n}{n+1}\right)^n}$
 $\lim \frac{n}{n+1} = 1$
 $\lim \frac{1}{1} = 1$
 red divergencije

3. $f(x) = \frac{1-x^2}{2x^2-x-3}$
 K.A.
 $f(-2) = \frac{1-(-2)^2}{2(-2)^2-(-2)-3} = \frac{1-4}{8+2-3} = \frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}$
 $f(2) = \frac{1-(2)^2}{2(2)^2-2-3} = \frac{1-4}{8-2-3} = \frac{-3}{3} = -1$
 $f(3) = \frac{1-(3)^2}{2(3)^2-3-3} = \frac{1-9}{18-6} = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3}$

$2x^2-x-3=0$
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
 $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2}$
 $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2}$
 $x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2}$
 $x_1 = -2 \quad x_2 = 3$
 K.A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} = \frac{x}{1}$

POSTOJE VERTIKALNA.

Cauchyov kriterij
POGREŠNO
 $\sqrt[n]{a_n} = 1$ NE
 DAJE ODLUKE
 PREMA CAUCHY
 KRITERIJU.

H.A.
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} = \frac{1}{2}$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} = \frac{1}{2}$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{2x^2-x-3} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{x(2x^2-x-3)}$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{2x^3-x^2-3x} = \frac{1}{2}$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{2x^3-x^2-3x} = \frac{1}{2}$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{2x^3-x^2-3x} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0}{2} = 0$ nema K.A

IME I PREZIME: *Lore M. Mitović*

BROJ INDEKSA:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{7} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2}$$

4. $g(x) = x - \sqrt{1-x^2}$

$$1 - x^2 \geq 0$$

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2x)$$

$$-x^2 \geq -1 \quad | :(-1)$$

$$g'(x) = 1 + \frac{2x}{2\sqrt{1-x^2}}$$

$$x^2 \leq 1 \quad | \sqrt{}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \checkmark$$

$$x \leq 1 \quad x \geq -1$$

$$Df(x) = [-1, 1] \quad \checkmark$$

20

1.

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 6 \\ -x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -4 \\ -4x_1 - x_2 - 9x_3 &= -16 \end{aligned}$$

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 6 & 6 \\ -1 & -2 & -4 & -4 \\ -4 & -1 & -9 & -16 \end{array} \right| \begin{array}{l} (-2) \quad (-1) \quad (4) \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & -2 \\ 0 & -3 & -4 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & 10 \end{array} \right|$$

sustav nema rješenja \checkmark 20