

Popuniti odmah!

IME I PREZIME:

EDI DOMINI

BROJ INDEKSA:

0069044382

20

DATUM: 10.02.2011. VRIJEME: OD 11:30

DO 12:15

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

ooxo
Broj ↓
bodova

1. Pravac p prolazi točkama A i B , a pravac q točkama A i C . Koliko iznosi kut između pravaca $\angle(p, q)$ ako je $A(2, -3, 1)$, $B(-1, 2, -3)$ i $C(1, -1, -2)$? ~~0~~
2. Među kompleksnim brojevima riješiti jednadžbu: $z^3 - (\overline{i+1})^5 = 0$. 20
3. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \arctan(e^x)$. ~~0~~
4. Odrediti drugu derivaciju funkcije $g(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$. ~~0~~
5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$. ~~0~~

① $\vec{AB} = \vec{p}$
 $\vec{AC} = \vec{q}$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{p} \cdot \vec{q}}{|\vec{p}| \cdot |\vec{q}|} = \frac{(-2+2) - (-6+3) \cdot (-3+(-2))}{7 \cdot 4,1233}$$

$$|\vec{p}| = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4+9+36} = \sqrt{49} = 7$$

$$\vec{p} = (a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3)$$

$$= (2 \cdot (-1), (-3) \cdot 2, (1) \cdot (-3))$$

$$\cos \varphi = \frac{0}{28,861}$$

↓

$$\varphi = \arccos 0$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$\vec{p} = (-2, -6, -3)$$

$$\vec{q} = (2, 3, -2)$$

$$|\vec{q}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+9+4} = \sqrt{17} = 4,123$$

VIDI BUTERIN

②

$$z^3 - (\overline{i+1})^5 = 0$$

$$z^3 - (-4i+4) = 0$$

$$z^3 + 4i - 4 = 0$$

$$z^3 = -4i + 4 / \sqrt[3]{}$$

$$z = \sqrt[3]{4 - 4i}$$

$$r = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$$

$$r = 5.65$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-4}{4} = -1$$

$$\varphi = -45^\circ$$

$$k=0 ; z_1 = \sqrt[3]{5.65} \cdot \left(\cos \frac{-45 + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} + i \sin \frac{-45 + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} \right)$$

$$z_1 = 1.78 \cdot (\cos(-15) + i \sin(-15))$$

$$z_1 = 1.719 - i 0.460 \quad \checkmark$$

$$k=1 ; z_2 = 1.78 \cdot \left(\cos \frac{-45 + 360}{3} + i \sin \frac{-45 + 360}{3} \right)$$

$$z_2 = 1.78 (\cos 105 + i \sin 105)$$

$$z_2 = -0.460 + i 1.729 \quad \checkmark$$

$$\overline{i+1} = i-1$$

$$(i-1)^5 = (i-1)^2 \cdot (i-1)^2 \cdot (i-1)$$

$$= (i^2 - 2i + 1)(i^2 - 2i + 1) \cdot (i-1)$$

$$= (-1 - 2i + 1)(-1 - 2i + 1)(i-1)$$

$$= 4i^2 \cdot (i-1)$$

$$= 4i^3 - 4i^2$$

$$= 4 \cdot (-i) - 4 \cdot (-1)$$

$$= -4i + 4 \quad \checkmark$$

$$k=2; \quad z_3 = 1.78 \cdot \left(\cos \frac{-45+2 \cdot 2 \cdot 180}{3} + i \sin \frac{-45+2 \cdot 2 \cdot 180}{3} \right)$$

$$= 1.78 \cdot (\cos 225 + i \sin 225)$$

$$z_3 = -1.258 - i0.397 \quad \checkmark$$

20

$$\textcircled{3.} \quad f(x) = \arctan(e^x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-e^{2x}}} \cdot e^x$$

$$f'(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$$

NE TRAJI SE DERIVACIJA, VEĆ ASIMPTOTE

 $D(f) = \mathbb{R}$, RUBOVI: $+\infty$ i $-\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan(e^x) = \arctan(e^{+\infty}) = \arctan(+\infty) = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan(e^x) = \arctan(e^{-\infty}) = \arctan 0 = 0$$

 \Rightarrow D.H.A. $y = \frac{\pi}{2}$; L.H.A. $y = 0$.

$$\textcircled{4.} \quad g''(x) = ? \quad g(x) = \left(\ln \left(\frac{x^2-1}{x} \right) \right)' \quad (g'(x))' = \frac{(x^2-1) - x \cdot 2x}{(x^2-1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{\frac{x^2-1}{x}} \cdot \frac{2x \cdot x - x^2 \cdot 1}{x^2} \quad \times \quad = \frac{x^2-1-2x^2}{(x^2-1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{\frac{x^2-1}{x}} \cdot \frac{2x^2 - x^2}{x^2} \quad g''(x) = \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{\frac{x^2-1}{x}} \cdot \frac{x^2}{x^2} \quad g''(x) = \frac{-(x^2-1)}{(x^2-1)^2} \quad \emptyset$$

$$g'(x) = \frac{x}{x^2-1} \quad g''(x) = -\frac{1}{(x^2-1)}$$

$$g'(x) = \frac{1}{\frac{x^2-1}{x}} \cdot \frac{2x \cdot x - (x^2-1) \cdot 1}{x^2} = \dots$$

TREBA MALO VIŠE VJEŽBATI...

5) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$

1) PARNOST:

$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{-x + 2} = \frac{x^2 - 1}{-x + 2} \neq f(x)$ nije parna

$-f(x) = \frac{-x^2 + 1}{-x + 2} \neq f(x)$ nije neparna

2) Periodičnost:

- Funkcija nije periodična jer ne sadrži eksponencijalnu funkciju!

3) Domena funkcije:

$D(f(x)) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$f'(x) = \frac{2x(x+2) - (x^2-1) \cdot 1}{(x+2)^2}$

$= \frac{2x^2 + 4x - x^2 + 1}{(x+2)^2}$

$= \frac{x^2 + 4x + 1}{(x+2)^2}$

$= \frac{x^2 + 4x + 1}{x^2 + 4x + 4}$

$= \frac{1}{4} \times$

4) NUL TOČKE

$\frac{x^2 - 1}{x + 2} = 0$

$x = -2 \rightarrow$ točka preloma

EKSTREMI:

$f''(x) = 0$

BODUJE SE GRAF.



NE MOŽE SE SKRAĆIVATI

$\frac{5+1}{5+4} \neq \frac{1}{4}$

$\frac{5+1}{5+4} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME:

PRIBIL ANTONIO

BROJ INDEKSA:

57666

DATUM:

VRIJEME: OD 12:00

DO

13:10

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

ooxo
Broj ↓
bodova

1. Pravac p prolazi točkama A i B , a pravac q točkama A i C . Koliko iznosi kut između pravaca $\angle(p, q)$ ako je $A(2, -3, 1)$, $B(-1, 2, -3)$ i $C(1, -1, -2)$? Ø
2. Među kompleksnim brojevima riješiti jednadžbu: $z^3 - (\overline{i+1})^5 = 0$. Ø
3. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \arctan(e^x)$.
4. Odrediti drugu derivaciju funkcije $g(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$. Ø
5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$. Ø

IME I PREZIME: PRIBIL ANTONIO

BROJ INDEKSA: 57666

1.
 $A = (2, -3, 1)$
 $B = (1, 2, -3)$
 $C = (1, -1, -2)$
 $\angle(p, q) = ?$

$$\cos \angle(V_1, V_2) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\|} = \frac{19}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{26}} = \underline{0.73}$$

$$\arccos = \underline{0.75}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} = V_1 = p \quad \times$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} = V_2 = q \quad \times$$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} = 3 + 4 + 12 = 19$$

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 1 + 16}$$

$$= \sqrt{26}$$

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 16 + 9}$$

$$= \sqrt{26}$$

2. $z^3 - (z+1)^5 = 0$

$$z^3 = (z+1)^5$$

$$z^2 = -z + 1 \quad \sqrt[3]{\quad} \quad \text{VIDI BUTERIN}$$

$$z = \sqrt[3]{-z+1} \quad \times$$

$$x = \sqrt[3]{1}$$

$$y = -\sqrt[3]{1}$$

$$|z| = \sqrt{(\sqrt[3]{1})^2 + (-\sqrt[3]{1})^2} = 1.41$$

$$\arg z = \frac{-\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{1}} = -0.79 = -\frac{1}{4}\pi$$



NAČITI BOLJE. VIDJETI RIJEŠENE ZADATKE SA SEMINARA.

$$\arg \frac{y}{x} =$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} = \left(\cos \frac{\rho + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\rho + 2k\pi}{n} \right)$$

$$z_0 = \sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{1.41} \cdot \left(\cos \frac{-0.79 + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} + i \sin \frac{-0.79 + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} \right) = 1.08 - 0.29i$$

$$z_1 = \sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{1.41} \cdot \left(\cos \frac{-0.79 + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{3} + i \sin \frac{-0.79 + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{3} \right) = 0.93 - 1.12i$$

$$z_2 = \sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{1.41} \cdot \left(\cos \frac{-0.79 + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3} + i \sin \frac{-0.79 + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3} \right) = -1.11 + 0.19i$$

IME I PREZIME: PRIBIL ANTONO

BROJ INDEKSA: 57666

$$g(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$g'(x) = \frac{1}{x - \frac{1}{x}} + 1 - 1$$

$$g''(x) = \frac{x - \frac{1}{x} - 1 + 1 - 1}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} = \frac{x - \frac{1}{x} - 1}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$

NAUČITI DERIVIRATI KOMPOZICIJU FUNKCIJE,
VIDI RIJEŠENE SEMINARE I MOODLE
PROVJERE.