

Popunite odmah!

IME I PREZIME: FRANK ĐUNAT

BROJ INDEKSA: 17-2-0020

15

DATUM: VRIJEME: OD 11:30 DO 12:15

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

0000
Broj ↓
bodova

1. Koju relaciju zadovoljava inverz matrice? Provjeriti tu relaciju za inverz matrice (ako postoji)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

15

2. Pronaći sve kompleksne brojeve z takve da je $z^3 + |3i + 4| = \frac{5}{i^{233}}$.

3. Odrediti domenu i sve asimptote funkcije $f(x) = \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right)$.

4. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i prvu derivaciju funkcije $g(x) = \cos(\sin(3x))$.

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije f iz zadatka 3.

1)

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} - 1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 2 \left(-1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) - 1 \left(1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$= 2 \left(-1(2) \right) - 1 \left(1(-1) \right) = 2 \cdot (-2) - 1 \cdot (-1) = -4 + 1 = -3$$

~~X~~ NEMA INVERZA

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \cdot (-2)$$

KAKO SAD TO?

$\det \neq 0 \Rightarrow$ POSTOJI INVERZA

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & -2 \end{array} \right] : (-3) = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{array} \right] \cdot (-2)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{array} \right]$$

15

IME I PREZIME: FRANK DUNAT

BROJ INDEKSA: 17-2-0020

1/1-3

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

INVERZ ZADOVOLJAVA

2.13. RED I 2.13. STUPAC

DOMIŠLJATO



TREBALO JE PROVJERITI MATRIČNI
UMNOŽAK

$$A A^{-1} = I$$

IME I PREZIME: FRANE DUMAT

BROJ INDEKSA: 17-2-0020

$$2) \quad z^3 + |3i + 4| = \frac{5}{i}$$

$$i \cdot 233 = i = 1$$

$$z^3 + |3i + 4| = \frac{5}{i}$$

$$233 : 4 = 58$$

33

7

$$z^3 \approx \frac{5}{i} + 3i + 4$$

$$z^3 = \longrightarrow$$

VIDI NEKIĆ

Popunite odmah!

IME I PREZIME: ANTONIO VUJATOVIC

BROJ INDEKSA: 17-1-0011-2010

DATUM: VRIJEME: OD 11:10 DO 13:15

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. ZADATKE RIJEŠAVATE

0000
Broj ↓
bodova

JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

1. Koju relaciju zadovoljava inverz matrice? Provjeriti tu relaciju za inverz matrice (ako postoji)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Pronaći sve kompleksne brojeve z takve da je $z^3 + |3i + 4| = \frac{5}{i^{233}}$.

3. Odrediti domenu i sve asimptote funkcije $f(x) = \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right)$.

4. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i prvu derivaciju funkcije $g(x) = \cos(\sin(3x))$.

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije f iz zadatka 3.

③

$$f(x) = \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right)$$

$$\ln x \cdot x > 0$$

UKUPNO

$$\frac{x+5}{1-x} > 0 \quad | \cdot (1-x)$$

NEJEDNAKOST SE MIJENJA
KAD JE $1-x$ NEGATIVAN

$$x+5 > 0$$

$$D(f) = x > -5$$

$$x > -5$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+5}{1-x}\right) = \ln\frac{0}{6} = \ln 0 = -\infty$$

V.A

$$\lim_{x \rightarrow a} \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{\frac{x+5}{1-x}} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1-x}{x+5} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\boxed{V.A = -5}$$

GDJE SE NESTAO \ln ?

H.A

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right) = -\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{x+5}{1-x}} = \frac{1-x}{x+5} \cdot \frac{1}{x} = -1$$

$$\boxed{H.A = -1}$$

koša asimptota $y = kx + l$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x+5}{1-x}}{\frac{x}{1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x+5)}{x(1-x)} = \frac{x+5}{1-x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$l = \lim_{x \rightarrow \infty} (y - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{1-x} - 0 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{1-x} \cdot \frac{1}{x} = -1 \quad \boxed{y = -1}$$

5. ① $f(x) = \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right)$ $\ln x = x > 0$

$$\frac{x+5}{1-x} > 0 \quad | \cdot (1-x)$$

$$D(f) = x < -5$$

$$x+5 > 0$$

$$x < -5$$

② NUL TOČKE za x os $y=0$

$$\ln \frac{x+5}{1-x} = 0 \quad | \cdot (1-x)$$

za y os $x=0$

$$\frac{x+5}{1-x} = \frac{0+5}{1-0}$$

$$x+5 = 0$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$y(-5) = \frac{x+5}{1-x}$$



Max $x < 0$ $\left(-5, \frac{0}{1-(-5)}\right) = (-5, 0)$
 Min $y > 0$ $(5, 0)$

$$y(5) = \frac{5+5}{1-5} = \frac{10}{-4} = -\frac{5}{2}$$

(4) EKSTREMI $y' = 0$

$$y = \ln\left(\frac{x+5}{1-x}\right)$$

$$y' = \frac{1}{\frac{x+5}{1-x}} \Rightarrow y' = \frac{1-x}{(x+5)^2} = \frac{-1(x+5) - (x+5) \cdot (-1-x)}{(x+5)^2}$$

$$y' = \frac{-x-5 - (x-x^2+5-5x)}{(x+5)^2}$$

$$y' = \frac{-x-5-x+x^2-5+5x}{(x+5)^2}$$

$$y' = \frac{x^2+3x-10}{(x+5)^2}$$

$$y' = 0$$

$$\frac{x^2+3x-10}{(x+5)^2} = 0 \quad / \cdot (x+5)^2$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -5$$

$$y(2) = \frac{2+5}{1-2}$$

$$y(2) = \frac{2+5}{1-2} = -7$$

$$y(-5) = 0$$

$$T_{\max} y < 0 \quad (2, -7) \quad (2)$$

$$T_{\min} y > 0 \quad (-5, 0) \quad (-5)$$

⑤ PARNOST i NEPARNOST

$f(x) = f(-x)$ parnost

$f(-x) = -f(x)$ neparnost

$\ln\left(\frac{x+5}{x-1}\right) = -\ln\left(\frac{x+5}{x-1}\right)$ nije parna

$-\ln\left(-\frac{x+5}{x-1}\right) = -\ln\left(\frac{x+5}{x-1}\right)$ neparna funkcija

Neparna funkcija. X

⑥ PAD i RAST

$-\infty$	-5	2	$+\infty$
$\ln\frac{x+5}{x-1}$	+	-	+
	↗	↘	↗

$f(x)$ raste za $x \in (-\infty, -5) \cup (2, +\infty) \nearrow$

$f(x)$ pada za $x \in (-5, 2) \searrow$

⑦ točke infleksije

$y' = 0$

$y' = \frac{x^2 + 3x - 10}{(x+5)^2}$

$y'' = \frac{(x^2 + 3x - 10)' \cdot (x+5)^2 - (x^2 + 3x - 10) \cdot ((x+5)^2)'}{(x+5)^4}$

$y'' = \frac{7x^2 + 70x + 175}{(x+5)^4}$

$y'' = (2x + 3) \cdot (x^2 + 10x + 25) - (x^2 + 3x - 10) \cdot (2x + 10)$

$y'' = (2x^3 + 20x^2 + 50x + 3x^2 + 30x + 75) - (x^2 + 3x - 10) \cdot (2x + 10)$

$y'' = (2x^3 + 20x^2 + 50x + 3x^2 + 30x + 75) - (2x^3 + 10x^2 + 6x^2 + 30x - 20x - 100)$

$y'' = 2x^3 + 20x^2 + 50x + 3x^2 + 30x + 75 - 2x^3 - 10x^2 - 6x^2 - 30x + 20x + 100$

IME I PREZIME: ANTONIO VUJATOVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-1-0011-2010

$$y'' = 0$$

y -

$$\frac{7x^2 + 70x + 175}{(x+5)^2} = 0 \quad | \cdot (x+5)^2$$

$$7x^2 + 70x + 175 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-70 \pm \sqrt{70^2 - 4 \cdot 7 \cdot 175}}{14}$$



$$x_{1,2} = \frac{-70 \pm \sqrt{4900 - 4900}}{14}$$

$$x_{1,2} = \frac{-70 \pm 0}{14}$$

$$x_{1,2} = -5$$

KONKAVNOST I KONVEKSNOST

	$-\infty$	-5	-1	2	$+\infty$	
y'	+	•	-	-	•	+
y''	+	•	-	-	•	+
))))))

$$D = -5$$

$$V.A = -5$$

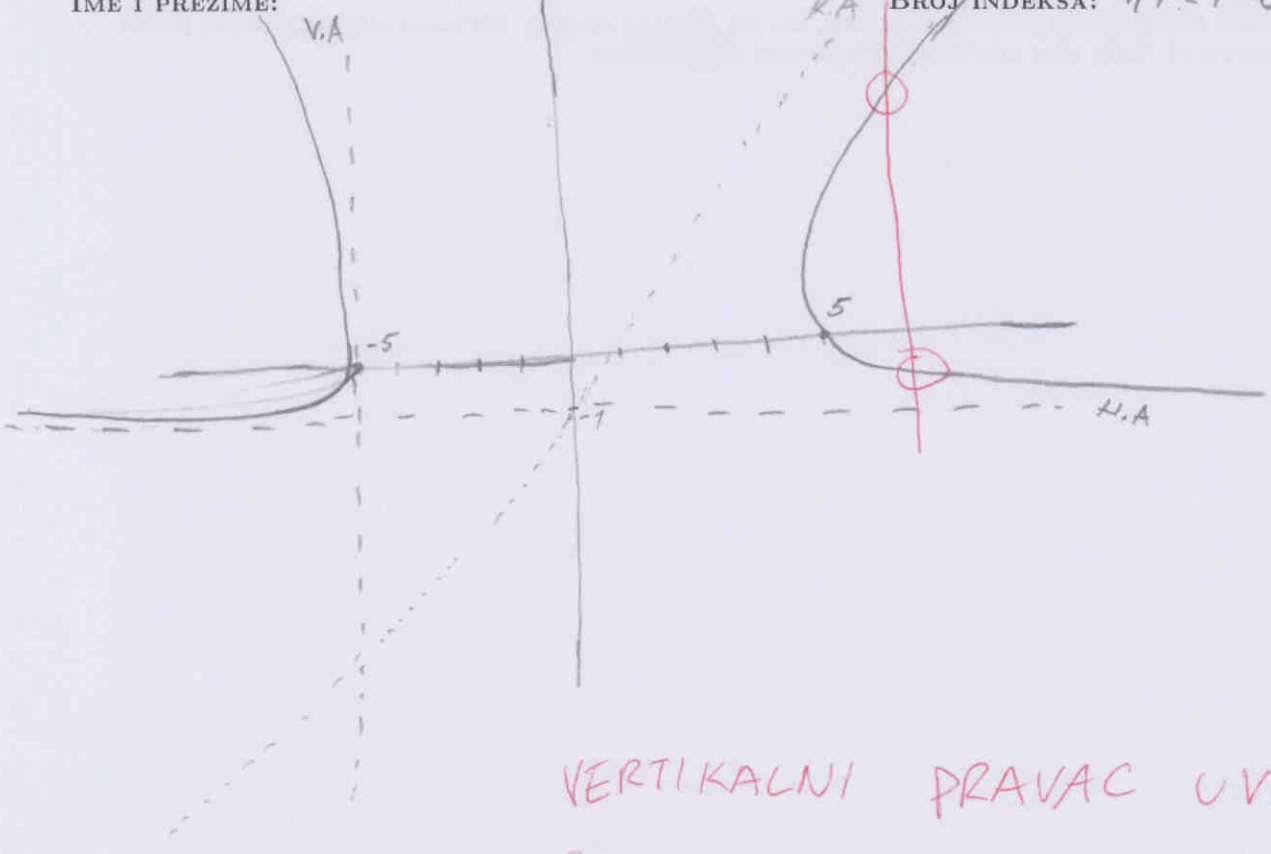
$$TOČ. INF = -5$$

$$extre = -5, 2$$

ANTONIO VUJATOVIC

IME I PREZIME:

KA BROJ INDEKSA: 17-1-0611-2010



VERTIKALNI PRAVAC UVIJEK
SIJEČE GRAF FUNKCIJE NAJVIŠE
SAMO U JEDNOJ TOČKI