

IME I PREZIME: NIKOLA KNEŽEVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-1-0002-2010

DATUM: 23.01.11 VRIJEME: OD 11:22 DO 12:30

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pišaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

0xxx

Broj ↓
bodova

1. Ovisno od parametra λ odrediti rang matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$ i riješiti matrični sustav

$$AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Odrediti modul i argument kompleksnog broja $z = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)^4}{(-1-i)^6}$.

3. Istražiti konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 - n} - n)$

4. Odrediti asimptote funkcije: $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije f iz zadatka 4.

1.
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & \lambda & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \uparrow \\ \downarrow \\ \leftarrow \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda & 2 \end{array} \right] \cdot (-1) \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda & 2 \end{array} \right] \begin{array}{l} \uparrow \\ \downarrow \\ \leftarrow \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda & 2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{\lambda}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda & \frac{2}{\lambda} \end{array} \right] \cdot \frac{1}{2} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{\lambda} \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow \\ \uparrow \\ \downarrow \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} \\ 0 & 1 & 0 & 1 - \frac{1}{\lambda} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{\lambda} \end{array} \right]$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda} \\ 1 - \frac{1}{\lambda} \\ \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix}$$

RANG MATRICE A ≥ 3

ŠTO KADA JE $\lambda = 0$?

VIDI SEMINAR 6.

$$(2.) \quad z = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^4}{(-1-i)^6} = \frac{-\frac{31}{8} + \frac{2\sqrt{3}}{8}i}{2-8i}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ 121 \\ 1331 \\ \underline{14641} \\ 15101051 \\ \underline{16152013161} \end{array}$$

$$\begin{aligned} (-1-i)^6 &= 1 \cdot (-1)^0 \cdot (-i)^6 + 6 \cdot (-1)^1 \cdot (-i)^5 + 15 \cdot (-1)^2 \cdot (-i)^4 + 20 \cdot (-1)^3 \cdot (-i)^3 + 15 \cdot (-1)^4 \cdot (-i)^2 + 6 \cdot (-1)^5 \cdot (-i)^1 + 1 \cdot (-1)^6 \cdot (-i)^0 \\ &= 1 \cdot 1 \cdot (+1) + 6 \cdot (-1) \cdot (-1) + 15 \cdot 1 \cdot (-1) + 20 \cdot (-1) \cdot i + 15 \cdot 1 \cdot 1 + 6 \cdot (-1) \cdot (-i) + 1 \cdot 1 \cdot 1 \\ &= 1 + 6i - 15 - 20i + 15 + 6i + 1 \\ &= 2 - 8i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^4 &= 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^4 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3 + 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^1 + 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^0 \\ &= 1 \cdot 1 \cdot \frac{9}{16} + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{27}}{8} \cdot (-i) + 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot (-1) + 4 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i + 1 \cdot \frac{1}{16} \cdot 1 \\ &= \frac{9}{16} - \frac{4\sqrt{27}}{16}i - \frac{18}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{1}{16} \\ &= \frac{9}{16} - \frac{4\sqrt{27}}{16}i - \frac{72}{16} + \frac{8\sqrt{3}}{16}i + \frac{1}{16} \\ &= \frac{-62}{16} + \frac{4\sqrt{3}}{16}i = \frac{-31}{8} + \frac{2\sqrt{3}}{8}i \end{aligned}$$

VIDI JOŠ MAJNE FORMULA

KOJI JE MODUL I ARGUMENT?

