

IME I PREZIME: **PAULO VUKOVIĆ**

BROJ INDEKSA: 17-2-0040-2040

DATUM: 27. 1. 2011. VRIJEME: OD 13.15h

DO 14:08

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaci pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljšavanje s ispita. **ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.**

oxxo

20

Broj ↓  
bodova

1. Izračunati limese:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - 2x)$

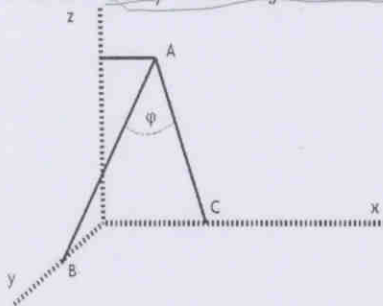
(b)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$

2. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

20

3. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su A(1,1,1), B(0,1,0) i C(2,0,0). Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.



4. Odrediti drugu derivaciju funkcije:  $f(x) = e^{-x^2}$

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $f$  iz zadatka 4.

5.

$$x \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.6 \\ 1.2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3.

$$\cos \varphi = 0.96$$

VIDI MUŽANOVIĆ

3.

$$A(1,1,1)$$

$$B(0,1,0)$$

$$C(2,0,0)$$

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 0-1 \\ 1-1 \\ 0-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \vec{v}_1 \Rightarrow \|\vec{v}_1\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \approx 1.41 //$$

$$\vec{AC} = \begin{bmatrix} 2-1 \\ 0-1 \\ 0-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \vec{v}_2 \Rightarrow \|\vec{v}_2\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3} = 1.73 //$$

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = (0-1) \cdot (-1-1) \cdot (1-0) = -1 \cdot (-2) \cdot 1 = 2 //$$

$$\|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2\| = \|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_2\| \sin \varphi (\vec{v}_1, \vec{v}_2)$$

$$\sin \varphi (\vec{v}_1, \vec{v}_2) = \frac{\|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2\|}{\|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_2\|} =$$

$$= \frac{2}{1.41 \cdot 1.73} = \frac{2}{2.44} = 0.82$$

$$\sin \varphi (\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 0.82 \text{ / arc sin}$$

$$\varphi (\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 0.96 = \varphi //$$

VEKTORSKI  
UMNOŽENIK  
DAJE

VEKTOR  
A NE BROJ.

2.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

A                      X                      B

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 2 \\ 1 & -8 & -9 & -8 \\ 5 & 5 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_2 - 2R_1 \\ R_3 - R_1 \\ R_4 - 5R_1 \end{array} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ -\frac{1}{5}R_2 \\ \\ \end{array} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1.2 \\ 0 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_1 - 2R_2 \\ R_3 + 10R_2 \\ R_4 + 5R_2 \end{array} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1.6 \\ 0 & 1 & 1 & 1.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

STOP  $\rightarrow \lambda$   
 JEDNAĐBA  
 IMA BESKONAČNO  
 REŠENJE

$$\begin{array}{l} -1 - 2 \cdot 2 = -1 - 4 = -5 \\ -3 - 2 \cdot 1 = -3 - 2 = -5 \\ 2 - 2 \cdot 4 = 2 - 8 = -6 \\ 5 - 5 \cdot 2 = 5 - 10 = -5 \\ 14 - 5 \cdot 4 = 14 - 20 = -6 \\ -12 + 10 \cdot 1.2 = -12 + 12 = 0 \\ -6 + 5 \cdot 1.2 = 0 \end{array}$$

$$X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.6 \\ 1.2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} //$$

✓ \* 20

3.

~~A (1,1,1)       $\|v_1 \times v_2\| = \|v_1\| \|v_2\| \sin \varphi (v_1, v_2)$~~

~~B (0,1,0)       $\sin \varphi (v_1, v_2) = \frac{\|v_1 \times v_2\|}{\|v_1\| \|v_2\|}$~~

~~C (2,0,0)       $\rightarrow AC = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a \\ -1 & b \\ -1 & c \end{bmatrix}$        $\rightarrow AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & a \\ 0 & b \\ -1 & c \end{bmatrix}$~~

~~$\varphi = ?$~~

~~$\|v_1\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$   
 $= \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}$   
 $= \sqrt{3} \approx 1.43$~~

~~$\|v_2\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$   
 $= \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-1)^2}$   
 $= \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \approx 1.41$~~

~~$v_1 \times v_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$   
 $= 0 - 1 + (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot 0$   
 $= -1 + 1 + 0 = 0$~~