

IME I PREZIME:

YANJA HRASNIC - CAS

BROJ INDEKSA:

17-1-0036-2010

DATUM: 27.01.2014. VRIJEME: OD 11:42 DO 12:42

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaci pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

00x0

5

Broj ↓ bodova

1. Među kompleksnim brojevima riješiti jednadžbu: $z^5 - \text{Re}(2i + 32) = 0$.
2. Koje svojstvo zadovoljava inverz matrice A? Pronaći A^{-1} i provjeriti da zadovoljava navedeno svojstvo ako je:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n^2 + 1)^2}$.

5

4. Ispitati sve asimptote funkcije $g(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$.

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $f(x) = \arctan(e^x)$.

2)

$$A \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 + 3R_1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 - 1 \cdot R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & -1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 \cdot \frac{1}{4}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{matrix} R_1 - 1R_3 \\ R_2 - 2R_3 \end{matrix}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right]$$

VIDI POTCRTANO U ZADATKU.

3)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n^2+1)^2} = \frac{2^{n+1}}{(n^2+1)^2} \cdot \frac{2^n}{(n^2+1)^2} = \frac{2^{n+1} \cdot (n^2+1)^2}{2^n \cdot (n^2+1)^2} = \frac{2^n \cdot 2}{2^n} \cdot \frac{\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{n^2+1}} = 2 \cdot 1 = 2 > 0$$

ŠTO JE OVO?

KAKO GLASI TO PRAVILO?

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{2^n} = 1 \cdot 1 = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2 \cdot 1 = 2 > 0 \text{ divergira}$$

5

1) $z^5 - \overline{\text{Re}(2i + 32)} = 0$
 $z^5 = \overline{(2i + 32)}$
 $z^5 = -2i + 32$

$z^5 = \text{Re}(2i + 32) = \text{Re}(-2i + 32) = 32$

Imaginarni dio $-2i$
 Realni dio $= 32$

$r = \sqrt{32^2 + 2^2}$ ~~X~~
 $r \approx 32$

$z^5 = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

$z_1 = 32 (\cos(-0,05) + i \sin(-0,05)) =$
~~X~~ $= 32 \cdot (0,999 + 0,041i) = 31,63 - 1,29i$

$\varphi = \arctan \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \frac{-2}{32} \approx -0,06$ ~~X~~

$\varphi = -0,05$

$z_2 = 32 (\cos(0,05 + 2\pi) + i \sin(0,05 + 2\pi)) =$
~~X~~ $= 32 \cdot (\cos 0,05 + 0,05i) = 31,63 - 1,28i$

$z_3 = 32 (\cos(0,05 + 4\pi) + i \sin(0,05 + 4\pi)) =$
 $= 32 \cdot (\cos 0,05 + 0,05i) = 31,63 - 1,28i$

$z_4 = 32 (\cos(0,05 + 6\pi) + i \sin(0,05 + 6\pi)) =$
 $= 32 \cdot (\cos 0,05 - 0,05i) = 31,63 - 1,28i$

$z_5 = 32 (\cos(0,05 + 8\pi) + i \sin(0,05 + 8\pi)) =$
 $= 32 \cdot (\cos 0,05 - 0,05i) = 31,63 - 1,28i$

4) $g(x) = \ln(x - \frac{1}{x})$ $\text{Dom} = x > 0$

$\frac{x}{1} - \frac{1}{x}$

$\frac{x^2 - 1}{x} = x - 1 = 0$
 $x \geq 1$

$x - \frac{1}{x} > 0$

DOMENA: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x - \frac{1}{x} > 0 \end{cases}$

Vertikalna asimptota \rightarrow

$\lim_{x \rightarrow a} y = \lim_{x \rightarrow 1} \ln(x - \frac{1}{x})$

$\lim_{x \rightarrow 1} \ln(1 - \frac{1}{1}) = 0$ ~~X~~

$-1, 1$ nije vertikalna asimptota

Kosa asimptota

$y = k + e$

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \frac{x - \frac{1}{x}}{x} = \frac{x}{x} - \frac{1}{x^2} = 1 - 0 = 1$
~~X~~ $=$ nema kose asimptote

Horizontalna asimptota

$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x - \frac{1}{x}) = (\infty - 0)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \frac{1}{x}) = \frac{(x - \frac{1}{x}) \cdot (x + \frac{1}{x})}{(x + \frac{1}{x})}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (\frac{1}{x})^2}{(x + \frac{1}{x})} = \frac{\infty - 0}{\infty} = \frac{x^2 - \frac{1}{x^2}}{x + \frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{1 \cdot x^2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x}} = \frac{0}{0} = 0$

$=$ horizontalna asimptota $\rightarrow 0$

$\infty - 0 = 0$ TO NIJE NEODREĐENI OBLIK

$\frac{0}{0} \neq 0$ TO JEST NEODREĐENI OBLIK

⑤ $f(x) = \arctan(e^x) \quad -1 \leq x \leq 1$ ~~X~~

$-1 \leq e^x \leq 1$

$e^x \geq -1 \quad e^x \leq 1$

$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{x: x > 1, x < -1\}$



parnost i neparnost

$f(x) = f(-x)$

$\arctan(e^x) = \arctan(e^{-x}) =$ nije parna ✓

$\arctan(e^x) = -\arctan(e^x) =$ nije neparna ✓

$y = \arctan(e^x) \cdot \frac{1}{1+(e^x)^2} \cdot ((e^x)^2)' = \frac{1}{1+(e^x)^2} \cdot 2 \cdot e^x \cdot e^x$

$y' = \frac{2(e^x)^2}{1+(e^x)^2}$ ~~X~~

GRAF ?