

IME I PREZIME: Ante Batica

BROJ INDEKSA: 17-1-0115-2010

DATUM: 27. 01. 2017.

VRIJEME: OD 11:22

DO 12:42

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

00xx

27

Broj ↓  
bodova

1. Izračunaj determinantu:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

20

2. Odrediti sve asimptote funkcije  $g(x) = \frac{9-x^2}{15+8x+x^2}$ .

7

3. Ispitati domenu i prvu derivaciju funkcije:  $h(x) = \arcsin(\ln x)$ .

4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ .

0

5. Koji je kut između vektora (2, 3, 5) i (8, -1, 7)?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 7 & 0 & 2 & 3 \\ 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} = -4 \left( \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 7 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 7 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 7 & 0 & 2 \\ 9 & -1 & 3 \end{vmatrix} \right) + 5 \left( \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right) = -4 \left( -(-28-18) - (-18+4+21) \right) + 5 \left( 3(-14-18+16+9) + (-14-18+16+9) \right) = 4 \cdot 17 + 5 \cdot (-10) = 68 - 50 = 18$$

$$\det A = 2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & 2 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 8 & 9 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \left[ 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 8 & 9 & -1 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \right] - 3 \left[ 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 6 & 7 & 0 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \right]$$

$$= 2 \left[ 1 \left[ \begin{matrix} 36-10 & 15-9 \\ 4 & 5 \\ 3 & 9 \end{matrix} \right] - 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \right] + 7 \left[ -1 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \right] - 3 \left[ 1 \left[ \begin{matrix} 28-30 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{matrix} \right] + 3 \left[ -1 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \right] \right]$$

IME I PREZIME: Ante Baticu

BROJ INDEKSA: 17-1-0019-2010

$$= 2 \left\{ 1 \left[ \overset{4}{-1} \overset{-7}{(-4)} + 1 \overset{-7}{(7)} \right] + 7 \left[ \overset{-5}{-1} \overset{-7}{(5)} + 1 \overset{-7}{(7)} \right] \right\} - 3 \left\{ 1 \left[ \overset{2}{+1} \overset{-7}{(-2)} \right] + 3 \left[ \overset{-5}{-1} \overset{-7}{(5)} + 1 \overset{-7}{(7)} \right] \right\}$$

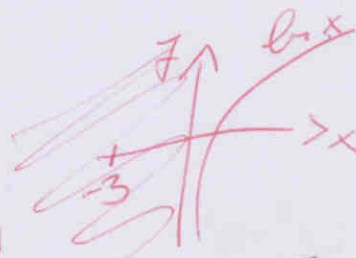
$$= 2 \{ 1[-3] + 7[-12] \} - 3 \{ 1[2] + 3[-12] \}$$

$$= 2(-3 - 84) - 3(2 - 36)$$

$$= 2(-87) - 3(-34) = -174 + 102 = \underline{-72}$$

Det A = -72

✓ 20



⑤  $u(x) = \arcsin(\ln x)$

$\ln(-3)$  NE POSTOJI

$D_f: \langle -\infty, -2,718 \rangle \cup [2,718, +\infty)$ ,  $D_f: \mathbb{R} \setminus [-2,718, 2,718]$

$$u'(x) = (\arcsin(\ln x))' = \frac{1}{\sqrt{1-(\ln x)^2}} \cdot \frac{1}{x}$$

$\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

⑥  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

$x^2 - x \geq 0$

①  $D_f: \mathbb{R}$

③ fja nije anđelina, nije periodična i nije ni parna ni neparna

② (NT)  $x - \sqrt{x^2 - x} = 0$

$x = \sqrt{x^2 - x}$

$x^2 = x^2 - x$

$x = 0$

$f(0) = 0$

④  $f'(x) = (x - \sqrt{x^2 - x})'$

$$= \left( x - (x^2 - x)^{\frac{1}{2}} \right)' = 1 - \frac{1}{2} (x^2 - x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x - 1)$$

$f'(x) = 1 - \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x}}$

$f''(x) = \left( 1 - \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x}} \right)'$

$$= 0 - \frac{(2x - 1)' \cdot (2\sqrt{x^2 - x}) - (2x - 1)(2\sqrt{x^2 - x})'}{(2\sqrt{x^2 - x})^2}$$

$$= \frac{2(2\sqrt{x^2 - x}) - (2x - 1) \left[ \frac{1}{2} (x^2 - x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x - 1) \right]}{4(x^2 - x)}$$

IME I PREZIME: Anže Botica

BROJ INDEKSA: 11-1-0019-2010

$$f''(x) = - \left[ \frac{4\sqrt{x^2-x}}{4(x^2-x)} + \frac{(2x-1)(2x-1)}{2(x^2-x)^2 \cdot 4(x^2-x)} \right] = \left[ \frac{\sqrt{x^2-x}}{x^2-x} + \frac{(2x-1)^2}{8(x^2-x)^3} \right]$$

GRAF?

②  $g(x) = \frac{9-x^2}{15+8x+x^2}$

$15 - 8x + x^2 = 0$

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64-60}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2}$

$x_1 = \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$x_2 = \frac{8-2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

horizontale asymptote

D.H.A.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9-x^2}{15+8x+x^2} \stackrel{/:x^2}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\frac{15}{x^2} + \frac{8}{x} + 1} = \frac{-1}{1} = -1$

L.H.A.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?$

horizontalna asymptote

$y = -1$

$g(-1) = \frac{9 - (-1)^2}{15 + 8(-1) + (-1)^2} = \frac{9-1}{15-8+1} = \frac{8}{8} = 1$

ZAŠTO BI OVO BILO NUŽNO RACUNATI?

kosa asymptote:  $y = kx + l$

KADA POSTOJI HORIZONTALNA NA ISTOJ STRANI NE MOŽE POSTOJATI KOSA.

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{9-x^2}{15+8x+x^2} \stackrel{/:x^3}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{9}{x^3} - \frac{x^2}{x^3}}{\frac{15}{x^3} + \frac{8x}{x^3} + \frac{x^2}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0}{1} = 0$

neka kosa asymptote

VIDI SEMINAR 13.

vertikalne asymptote

$9 - x^2 = 0$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

vertikalne asymptote:

$x_1 = 3$   
 $x_2 = -3$

$f(3) = 0$

7