

IME I PREZIME: *Domagoj Hebić*

BROJ INDEKSA: *17-2-0028-2010*

DATUM:

VRIJEME: OD *12:57* DO *14:30*

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljevanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

00xx

20

Broj ↓
bodova

1. Izračunaj determinantu:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

02

2. Odrediti sve asimptote funkcije $g(x) = \frac{9-x^2}{15+8x+x^2}$.

~~0~~

3. Ispitati domenu i prvu derivaciju funkcije: $h(x) = \arcsin(\ln x)$.

~~0~~

4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$.

~~0~~

5. Koji je kut između vektora $(2, 3, 5)$ i $(8, -1, 7)$?

~~0~~

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} = \frac{16 + 3 + 35}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{114}} = \frac{48}{16.84}$$

$\cos \varphi = 2.85$?

ZAR VAM NIJE ČUDNO DA JE $\cos \varphi = 2.85 > 1$?

3. $h(x) = \arcsin(\ln x)$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f'(x) = (\arcsin)' \cdot (\ln x) + \arcsin(\ln x) \cdot (\ln x)'$

$= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (\ln x) + \arcsin(\ln x) \cdot \frac{1}{x}$

KOMPOZICIJA ?
FUNKCIJE.

$= \frac{\ln x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\arcsin(\ln x)}{x}$

VIDI KURLIĆ

4) $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

$x^2 - x \geq 0$

$x^2 \geq x$

$x \geq 1$? X

$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ X

V.A $x=1$ X

$\lim_{x \rightarrow 1} x - \sqrt{x^2 - x} = 1 - \sqrt{1-1} = 1 - 0 = 1$ Norma V.A

H.A

$\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - x} = [\infty - \infty] \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - x} = 1 - \sqrt{2x-1} = [\infty]^{L'H} = 2$ HA X

K.A

$y = kx + l$

L'HOPITALOVO PRAVILO SAMO ZA LIMES RAZLOMKA AKO NEODREBENI OBLIK $\frac{0}{0}$ I $\frac{\infty}{\infty}$: $\lim_x \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_x \frac{f'(x)}{g'(x)}$ $\int \frac{f(x)}{g(x)}$

$h = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - x}}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]^{L'H} = \frac{1 - \sqrt{2x-1}}{1} = [\infty] = 2$

$c = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) \cdot kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - x} \cdot 2x) = [\infty \cdot \infty]^{L'H} \quad k=2$

$= 1 - \sqrt{2x-1} \cdot 2 = [\infty]^{L'H} =$

NE ZNATE DERIVIRATI KOMPOZICIJU FUNKCIJE

$\left(\sqrt{x^2 - x} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x}} \cdot (2x-1)$

$f'(x) = x' \cdot (\sqrt{x^2 - x}) - x \cdot (\sqrt{x^2 - x})'$
 $= 1 \cdot (\sqrt{x^2 - x}) - x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x}} \cdot (2x-1)$

VIDI SEMINAR 12.

$= \sqrt{x^2 - x} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - x}}$



$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 7 & 0 & 2 & 3 \\ 9 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 6 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$-1 \begin{vmatrix} 4 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 3 \cdot \left(5 \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right) - 2 \cdot \left(4 \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right)$$

$$-1 \left(4 \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 7 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 7 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 6 & 2 & 3 \\ 8 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right) =$$

$$= 3 \cdot \left[5 \cdot \left(-1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \right) \right] - 2 \left[4 \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix} \right]$$

$$= 3 \cdot \left[5 \cdot \left(-1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \right) \right] - 2 \left[4 \left(0 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} \right) \right]$$

$$= 3 \cdot \left[5 \cdot \left(-1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} \right) \right] = 3 \cdot \left[5 \cdot (-5 - 0 - 2) \right] - 2 \left[4 \cdot (-5 - 0 - 2) \right]$$

$$= 3 \cdot \left[4 \cdot (-5 - 0 - 2) - 5 \cdot (-5 - 0 - 2) \right] = 3 \cdot (-35) - 2 \cdot (-28) - 1 \cdot (23)$$

$$= -72$$

✓

20

2. $g(x) = \frac{9-x^2}{15+8x+x^2}$

$\frac{9-x^2}{15+8x+x^2} > 0$

$D = \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle -5, +\infty \rangle$

~~X~~

$15+8x+x^2 = 0$

$x^2+8x+15 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \frac{-8 \pm \sqrt{64-60}}{2}$

$= \frac{-8 \pm 2}{2}$

$x_1 = -2$ ~~X~~ $x_2 = -5$ ✓
 ~~$x_1 = -3$~~

V.A $x = -2$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9-x^2}{15+8x+x^2} = \frac{9-4}{15+16+4} = \frac{5}{3} = 1,67$ NEMA DESNU

NE POSTOJI IZRAZ

DESNA VERTIKALNA ASIMPTOTA

$x = -5$
 $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{9-x^2}{15+8x+x^2} = \frac{9-25}{15-40+25} = \frac{-16}{0} = \infty$ LIJEVA V.A

H.A

ISTRAŽITI $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9-x^2}{15+8x+x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9-x^2}{15+8x+x^2} = \frac{-2x}{8+2x} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \stackrel{L'H}{=} \frac{-2}{2} = -1$
 H.A

Nema bore asimptote ALI IMA HORIZONTALNU.

KOJA JE TO