

IME I PREZIME: LOVRE KEZES

BROJ INDEKSA: 57933

DATUM: 27.04.2011. VRIJEME: OD 11:32 DO 13:00

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

00x0

20

Broj bodova

1. Među kompleksnim brojevima riješiti jednačbu: $z^5 - \operatorname{Re}(2i + 32) = 0$.
2. Koje svojstvo zadovoljava inverz matrice A ? Pronaći A^{-1} i provjeriti da zadovoljava navedeno svojstvo ako je:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

20

3. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n^2 + 1)^2}$.
4. Ispitati sve asimptote funkcije $g(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$.
5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $f(x) = \arctan(e^x)$.

1. $z^5 = 0 + i \operatorname{Im} + \operatorname{Re}(-2i + 32)$

$\operatorname{Re}(32 - 2i) = 32$

$$0 + (-2i + 32) = r \cdot (\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$$

$$r = \sqrt{0^2 + (-2i + 32)^2} = \sqrt{0 + 4 + 1024} = \sqrt{1028} \approx 32.062$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im} 0 + (-2i + 32)}{\operatorname{Re} 0 + (-2i + 32)}\right) = \arctan\left(\frac{0}{-2i + 32}\right) = 0 \quad \varphi = 0$$

$$0 + (-2i + 32) = 32.062 (\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ)$$

$$\sum_{k=0}^4 \sqrt[5]{32.062} \left(\cos \frac{0 + 2 \cdot k \cdot \pi}{5} + i \sin \frac{0 + 2 \cdot k \cdot \pi}{5} \right)$$

$$z_1 = 1.782 \left(\cos \frac{0}{5} + i \sin \frac{0}{5} \right)$$

$$z_1 = 1.782 + 0i //$$

$$z_2 = \sqrt[5]{32.062} \left(\cos \frac{0 + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{5} + i \sin \frac{0 + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{5} \right)$$

$$z_2 = 1.782 \left(\cos \frac{6.28}{5} + i \sin \frac{6.28}{5} \right)$$

$$z_2 = 0.552 + 1.694i //$$

IME I PREZIME: LOURE KEZES

BROJ INDEKSA: 57933

$$z_3 = \sqrt[5]{32.062} \left(\cos \frac{0+2 \cdot 2 \cdot \pi}{5} + i \sin \frac{0+2 \cdot 2 \cdot \pi}{5} \right)$$

$$z_3 = 1.782 \left(\cos \frac{12.56}{5} + i \sin \frac{12.56}{5} \right)$$

$$z_3 = -1.440 + 1.049i$$

$$z_4 = \sqrt[5]{32.062} \left(\cos \frac{0+2 \cdot 3 \cdot \pi}{5} + i \sin \frac{0+2 \cdot 3 \cdot \pi}{5} \right)$$

$$z_4 = 1.782 \left(\cos \frac{18.84}{5} + i \sin \frac{18.84}{5} \right)$$

$$z_4 = -1.444 - 1.045i$$

$$z_5 = \sqrt[5]{32.062} \left(\cos \frac{0+2 \cdot 4 \cdot \pi}{5} + i \sin \frac{0+2 \cdot 4 \cdot \pi}{5} \right)$$

$$z_5 = 1.782 \left(\cos \frac{25.12}{5} + i \sin \frac{25.12}{5} \right)$$

$$z_5 = 0.546 - 1.696i$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$A^{-1} = ?$

$$-\frac{3}{4} + 1 = \frac{-3+4}{4}$$

$$-\frac{8}{4} = \frac{3}{2}$$

$$+\frac{2}{4} + 1 = \frac{2+4}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \cdot 3 \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] \cdot -1 \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & -1 & 1 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{4}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right] \cdot 2 \cdot -1 \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right]$$

IME I PREZIME: LOVRE KERES

BROJ INDEKSA: 57933

$$A \cdot A^{-1} = I$$

$$-\frac{3}{2} + \frac{6}{4} = \frac{-6+6}{4} = \frac{0}{4} \quad \frac{3}{2} - \frac{2}{4} = \frac{6-2}{4} = \frac{4}{4} \quad -\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{-2+2}{4} = \frac{0}{4}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & -1/4 \\ 3/2 & 3/2 & -1/2 \\ 3/4 & -1/4 & 1/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/4 + 0 + 3/4 & 1/4 + 0 - 1/4 & -1/4 + 0 + 1/4 \\ 0 - 3/2 + 6/4 & 0 + 3/2 - 2/4 & 0 + 1/2 + 2/4 \\ -3/4 - 3/2 + 9/4 & -3/4 + 3/2 - 3/4 & 3/4 - 1/2 + 3/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \underline{20} \\ \checkmark \end{matrix}$$

A^{-1} - zadovoljava

$$-\frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{9}{4} = \frac{-3-6+9}{4} = \frac{0}{4} \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{3-2+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{-3+6-3}{4} = \frac{0}{4}$$

4. $g(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$$g'(x) = \frac{1}{\sqrt{\left(x - \left(\frac{1}{x}\right)^2\right)}} \cdot \left(1 - \frac{0 \cdot 1 - 1 \cdot 1}{x^2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\left(x - \left(\frac{1}{x}\right)^2\right)}} \cdot \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

~~BOJE~~
 TREBATE NAUČITI DERIVACIJE (KOMPZICIJA
 FUNKCIJE), ASIMPTOTE, KONVERGENCIJU REDOVA,
 JOŠ VJEŽBATI, NA DOBROM STE PUTU.

5.

$$f(x) = \arctan(e^x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} (e^x) \cdot e^x \quad \times$$

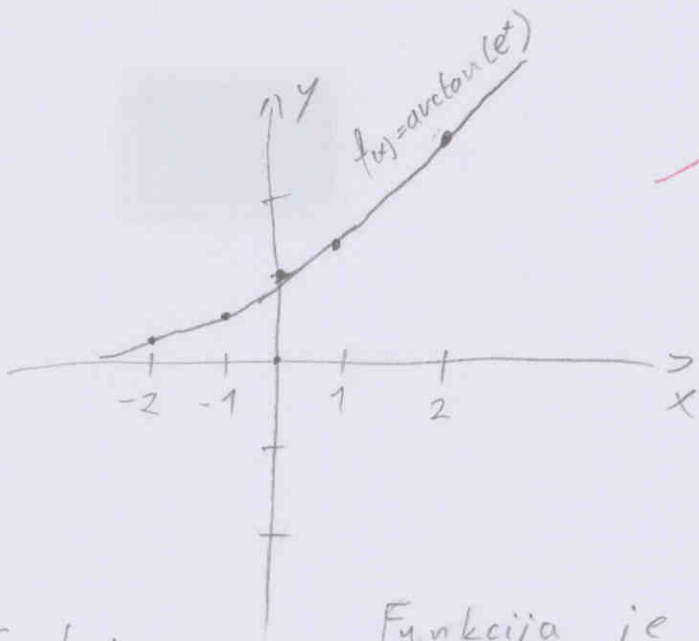
$$f''(x) = \frac{0 \cdot (1+x^2) - 1 \cdot (0+2x)}{(1+x^2)^2} (e^x) \cdot e^x \cdot e^x = \frac{0-2x}{(1+x^2)^2} (e^x) \cdot (e^x)^2$$

Funkcija je periodična!!! ~~×~~

$$f(x) = \arctan(e^x)$$

x	-2	-1	0	1	2
f(x)					

- $f(0) = \arctan(e^0)$
 $= 0.785 \approx 1$
- $f(1) = \arctan(e^1)$
 $= 1.218 \approx 1.2$
- $f(2) = \arctan(e^2)$
 $= 1.436 \approx 1.5$
- $f(-1) = \arctan(e^{-1})$
 $= 0.352 \approx 0.5$
- $f(-2) = \arctan(e^{-2})$
 $= 0.134 \approx 0.2$



Funkcija nema maksimum i minimum i nema interval!!!
 Funkcija je rastuća!!!
 Funkcija nije parna i nije neparna.
 Funkcija i sama inverz i funkcija je bijekcija, surjekcija i injekcija.