

IME I PREZIME: Franc Zenić

BROJ INDEKSA: 57649 - 2009

DATUM:

VRIJEME: OD 13:00 DO 14:05

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

ooxo

Broj ↓  
bodova

1. Među kompleksnim brojevima riješiti jednadžbu:  $z^5 - \operatorname{Re}(2i + 32) = 0$ .
2. Koje svojstvo zadovoljava inverz matrice  $A$ ? Pronaći  $A^{-1}$  i provjeriti da zadovoljava navedeno svojstvo ako je:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Ispitati konvergenciju reda:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n^2 + 1)^2}$ .
4. Ispitati sve asimptote funkcije  $g(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$ .
5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije  $f(x) = \arctan(e^x)$ .

2  $A^{-1} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 100 & & \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 10 & \\ -3 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{matrix} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{matrix}$

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 100 & & \\ -3 & 1 & 2 & 0 & 10 & \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 10 & \end{array} \right] \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 100 & & \\ -1 & 1 & 1 & 20 & 1 & \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 10 & \end{array} \right] \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 100 & & \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 10 & \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 10 & \end{array} \right] \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 100 & & \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 10 & \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -1 & \end{array} \right] \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 100 & & \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 10 & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{array} \right] \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{array} \right] \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$-\frac{5}{3} + 1 = -\frac{2}{3}$   
 $-\frac{5}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{4}{3}$

$A \cdot A^{-1}$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -2 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -2 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{7}{3} \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

~~X~~

IME I PREZIME: Franc Zenić

BROJ INDEKSA:

$$1 \quad z^5 - \operatorname{Re}(z+32) = 0$$

$$z^5 - \operatorname{Re}(z-32) = 0$$

$$z^5 + 32 = 0$$

$$z^5 = -32$$

$$z = \sqrt[5]{-32}$$

$$z = 2$$

~~z z z z z~~



MEĐU KOMPLEKSNIM BROJEVIMA

IMA 5 RJEŠENJA.

IME I PREZIME: Franc Zanič

BROJ INDEKSA:

1,  ~~$z^5 - \operatorname{Re}(z_1 + 3z_2) = 0$~~

~~$z^5 - \operatorname{Re}(z_1 - 3z_2) = 0$~~

5  $f(x) = \arctan(e^x)$

TOK FUNKCIJE



IME I PREZIME: Franc Zenić

BROJ INDEKSA:

$$z^2 - Re(z) - Im(z) = 0$$

$$|x+yi|^5 - Re(z) - Im(z) = 0$$

$$4. \quad g(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

DOMENA?

a) vertikalne

$$\lim_{x \rightarrow -1} \ln\left(x - \frac{1}{x}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \ln\left(x - \frac{1}{x}\right) = \ln\left(-1 - \frac{1}{-1}\right) = \ln(-1+1) = \ln(0) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln\left(x - \frac{1}{x}\right) = -\infty$$

$x = -1$   
 $x = 1$  Vertikalna asimptota

b) horizontalne

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \ln\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0 \quad (y=0) \text{ Horizontalna asimptota}$$

c) hase:  $k = \lim_{x \rightarrow \infty}$

$$\frac{\ln\left(x - \frac{1}{x}\right)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty}$$

$$\frac{\frac{1}{x} \cdot \frac{2}{(x - \frac{1}{x})^2}}{1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 - \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\infty - \frac{1}{\infty}} = \frac{2}{\infty} = 0$$

~~0~~