

IME I PREZIME:

JURE PORTAČA

BROJ INDEKSA:

DATUM:

VRIJEME: OD 12:46

DO 14:00

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

000x

18

Broj bodova

1. Među kompleksnim brojevima izračunati: $\sqrt[5]{\frac{1}{1-i}}$

2. Gaussovom metodom eliminacije riješiti sustav linearnih jednačbi i provjeriti da dobiveno rješenje doista rješava sustav:

$x + y + 2z = 2$

$x + 2y - z = 0$

$2x + 4y + 2z = 3$

$2x + 3y + 5z = 5$

$1 - -3 = 4$

3. Odrediti sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 - x}$.

4. Ispitati domenu, periodičnost, parnost i prvu derivaciju funkcije $h(x) = \ln(\cos(2x))$.

5. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$.

2) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 5 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_2 - R_1 \\ R_3 - 2R_1 \\ R_4 - 2R_1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_3 - 2R_2 \\ R_4 - R_2}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_4 - 4R_3 \\ R_1 - 5R_3 \\ R_2 + 3R_3}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{45}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$

$R_1 - 5R_3$
 $4 - (5 \cdot \frac{3}{4}) = 4 - \frac{15}{4} = \frac{16 - 15}{4} = \frac{1}{4}$

$R_2 + 3R_3$
 $-2 + (3 \cdot \frac{3}{4}) = -2 + \frac{9}{4} = \frac{-8 + 9}{4} = \frac{1}{4}$

$R_4 - 4R_3$
 $3 - (4 \cdot \frac{3}{4}) = 0$

$x \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{45}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

PROVJERA ?

ŠTETA ŠTO NISTE PROVJERILI.

JURE PORTADA

IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA:

u) $h(x) = \ln(\cos(2x))$

BA

$\cos 2x = 0$

$\cos x = 2$?

$x = -0,416$

ZBOG PARNOSTI ELEMENTARNE

FUNKCIJE $\cos(-x) = \cos x$

$\Rightarrow \cos(-2x) = \cos(2x)$

3

$f(-x) = f(x)$

$\ln(\cos(-2x)) = \ln(\cos 2x)$ ~~e^x~~ \rightarrow PARNA

$\cos -2x = \cos 2x \Rightarrow -0,416 = -0,416$?

$f(-x) = -f(x)$

$\ln(\cos(-2x)) = -(\ln(\cos(2x))) \rightarrow$ NIKADA

$h(x)' = \ln(\cos(2x))' = \left\{ \begin{array}{l} g(x) = \cos 2x \\ f(x) = \ln \rightarrow \frac{1}{x} \end{array} \right\} \frac{1}{\cos(2x)} \cdot (\cos 2x)'$

$= \left\{ \begin{array}{l} g(x) = \cos 2x \rightarrow 2 \dots \\ f(x) \Rightarrow \cos x \rightarrow -\sin x \end{array} \right\} = \frac{1}{\cos(2x)} \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 = -2 \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \checkmark$
 $= -2 \operatorname{tg}(2x)$

PERIODIČNOST ? VIDI ŠPANJA.

IME I PREZIME:

JURE PORTADA

BROJ INDEKSA:

3) Asimptote

$$g(x) = \sqrt{x^2 - x}$$

$$x^2 - x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$x(x-1) \geq 0$$

$$x-1 \geq 0$$

$$x \leq 1 \quad -5$$

$$x \geq 1$$

VIDI CVAR ZA DOMENU.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - x} = \infty \quad \left. \begin{array}{l} \text{NEMA} \\ \text{H.A.} \end{array} \right\} \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(-\infty)^2 - \infty} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{(0,1)^2 - 0,1} = \text{NEMA}$$

NEMA
V.A

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 - x} = \sqrt{0} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{(-0,1)^2 + 0,1} = 0,33$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} \cdot x}{x \cdot x} = \frac{1}{1} = 1 \quad k = 1$$

$$l = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 - x} + x}{\sqrt{x^2 - x} + x} =$$

$$y = x \cdot -\frac{1}{2} \quad \text{D.K.A.} \quad \checkmark$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - x^2}{\sqrt{x^2 - x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x \cdot x}{\sqrt{x^2 - x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x \cdot x}{\sqrt{x^2 - x} + x} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(-x)^2 + x}}{-x} \cdot \frac{1}{-x} = -1 = k$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} + x \cdot \frac{\sqrt{x^2 + x} - x}{\sqrt{x^2 + x} - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - x^2 \cdot x}{\sqrt{x^2 + x} - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - x^2 \cdot x}{\sqrt{x^2 + x} - x} = \frac{1}{2}$$

$$y = -x \quad \times$$

$$= \frac{1}{2}$$

IME I PREZIME:

JULE PORTADA

BROJ INDEKSA:

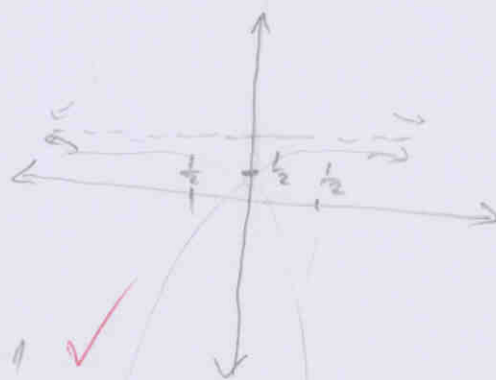
5) $h(x) = \frac{x^2+1}{x^2+2}$ $x^2+2=0$

$D(f) = \mathbb{R}$ ✓ $x^2 = -2$

ASIMPTOTE

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^2+2} \stackrel{1: x^2}{=} \frac{1}{1} = 1$ } H.A = 1 ✓

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-x)^2+1}{(-x)^2+2} = \frac{-1}{-1} = 1$ }



NEMA VERTIKALNIH

NEMA NI BOSIH KAD JE H.A=1 ✓

$f(-x) = f(x)$

$\frac{(-x)^2+1}{(-x)^2+2} = \frac{x^2+1}{x^2+2} \Rightarrow$ PARNA ✓

12A
NA SLICICI STE
NACRTALI VERTIKALNU
ASIMPTOTU.

NIJE PERIODIČNA JER NE SAOŽE TRIGONOMETRIJE ✓

$f(0) = \frac{0^2+1}{0^2+2} = \frac{1}{2} \rightarrow$ SJECIŠTE SA OSI Y ✓

$f(x) = 0$

$\frac{x^2+1}{x^2+2} = 0 \quad \begin{matrix} x^2+1=0 \\ x^2=-1 \end{matrix}$ ✓

NIKADA

$f'(x) = \left(\frac{x^2+1}{x^2+2} \right)' = \frac{2x(x^2+2) - 2x(x^2+1)}{(x^2+2)^2} = \frac{2x^3 + 4x - 2x^3 - 2x}{(x^2+2)^2} = \frac{2x}{(x^2+2)^2}$ ✓

$f''(x) = \left(\frac{2x}{(x^2+2)^2} \right)' = \frac{2(x^2+2)^2 - (2x^2+2) \cdot 2x}{(x^2+2)^4} = \begin{cases} f(x) = x^2+2 \rightarrow 2x \\ f(x) = x^2 \rightarrow 2x \end{cases} \rightarrow \frac{8x}{(x^2+2)^3}$

$f'''(x) = \frac{2(x^2+2)^2 - (2(x^2+2) \cdot 2x \cdot 2x)}{(x^2+2)^4} = \frac{2(x^2+2)^2 - 2(x^2+2) \cdot 4x}{(x^2+2)^4} \rightarrow \frac{8x(x^2+2)}{(x^2+2)^4}$

JURE PORTADA

IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA:

KRITIČNE TOČKE

$$f'(x) = 0$$

kritična točka -2 ~~X~~

$$\frac{2x}{(x^2+2)^2} = 0$$

$$2x = 0 \quad \checkmark$$

$$x = -2 \quad \times$$

$x = 0$

$\frac{2x}{(x^2+2)^2} > 0$ za $2x > 0$
 \Rightarrow za $x > 0$ f raste
 inače pada

\Rightarrow MINIMUM ZA $x=0$.

MONOTONOST

$$f'(x) \geq 0$$

$$\frac{2x}{(x^2+2)^2} > 0$$

$$(x^2+2)^2 > 0$$

| | | | | |
|-------------|-----------|------|-----|-----------|
| | $-\infty$ | -2 | 2 | $+\infty$ |
| x^2+2 | + | + | + | + |
| $(x^2+2)^2$ | + | + | + | + |
| | | + | + | + |

UVIK RASTE

TOČKA INFLEKSIJE

$$\frac{8x}{(x^2+2)^2} = 0$$

$$8x = 0$$

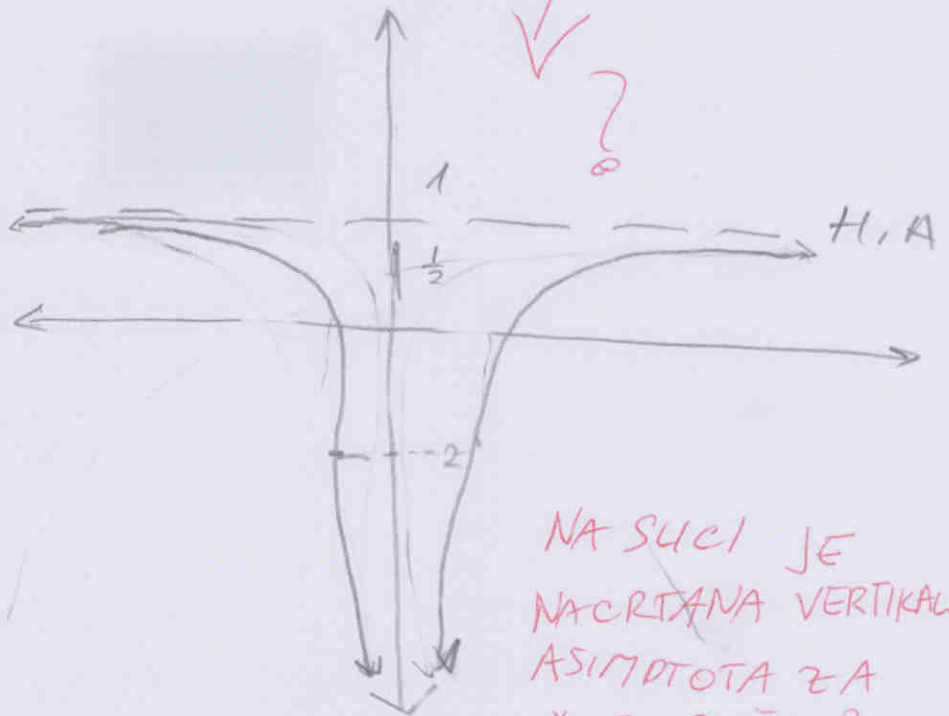
$$x = -8$$

ZAKRIVLJENOST

$$f'' \geq 0$$

$$\frac{8x}{(x^2+2)^3} > 0 \quad \text{Uvijek}$$

| | | | |
|-------------|-----------|------|----------|
| | $-\infty$ | $+2$ | ∞ |
| x^2+2 | + | + | + |
| (x^2+2) | + | + | + |
| $(x^2+2)^3$ | (+) | (+) | (+) |



NA SLICI JE NACRTANA VERTIKALNA ASIMPTOTA ZA $x=0$, ZAŠTO?

ZAPAMTITE: SLIKA SE CRTA NA OSNOVI ISTRAŽENIH SVOJSTAVA, U SLUČAJU KONTRADIKCIJE NA SLICI, ILI SLIKE SA TIM SVOJSTVIMA TREBA ZAKLJUČITI DA JE DOŠLO DO GREŠKE I ISPRAVITI GREŠKU. OVAKO STE NAPRAVILI TOLIKO POSLA UZALUD.

IME I PREZIME:

PORTADA

BROJ INDEKSA:

$$\sqrt[5]{\frac{1}{1-i}}$$

$$\sqrt[5]{t} = t$$

$$\frac{1}{1-i} = t \quad | \cdot (1-i)$$

$$1 = t(1-i)$$

VIDI ŠPANJA, CVAR

NEKA VAS NE OBESHRABRI NEUSPJEH. BLIZU STE
USPJEHA. VJEŽBATI, VJEŽBATI, VJEŽBATI.