

IME I PREZIME: **ANDREA SAVIĆ**

BROJ INDEKSA: **17-1-017-2010**

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

000x

Broj ↓
bodova

1. Istražiti konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2-2n}{3n+5}\right)^n$

2. Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$

3. Za funkciju iz prethodnog zadatka napraviti skicu grafa funkcije (i izračunati sve što nedostaje u prethodnom zadatku do određivanja toka funkcije).

4. Odrediti domenu i drugu derivaciju funkcije $g(x) = \ln(1-x^2)$.

5. Za funkciju iz prethodnog zadatka napraviti skicu grafa funkcije (i izračunati sve što nedostaje u prethodnom zadatku do određivanja toka funkcije).

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2-2n}{3n+5}\right)^n$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2-2(n+1)}{3(n+1)+5}}{\frac{2-2n}{3n+5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-2n-2}{3n+3+5} \cdot \frac{3n+5}{2-2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n}{3n+8} \cdot \frac{3n+5}{-2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+5}{3n+8} = \frac{3}{3} = 1$
 $\frac{1}{2} \neq 0$ red divergira

2. $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$
 $x^2 + 8x + 15 \geq 0$
 $x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64-60}}{2} = \frac{-8 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = -3$
 $D(f) = \langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle -3, \infty \rangle$
 $(x+5)(x+3) \geq 0$
 $x+5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5$
 $x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 8x + 15} = \infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 15}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{8}{x} + \frac{15}{x^2}}}{1} = 1$

$L = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 8x + 15} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 8x + 15} - x \right) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 15} + x}{\sqrt{x^2 + 8x + 15} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 8x + 15 - x^2}{\sqrt{x^2 + 8x + 15} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x + 15}{\sqrt{x^2 + 8x + 15} + x} = \frac{8}{2} = 4$

$L = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x + 15}{\sqrt{x^2 + 8x + 15} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 + \frac{15}{x}}{\sqrt{1 + \frac{8}{x} + \frac{15}{x^2}} + 1} = \frac{8}{2} = 4$

KOJA JE LIJEVA KOSA ASIMPTOTA?

3. $f'(x) = \left((x^2 + 8x + 15)^{\frac{1}{2}} \right)' = \frac{1}{2} (x^2 + 8x + 15)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 8) = \frac{2x + 8}{2 \sqrt{x^2 + 8x + 15}} = \frac{x + 4}{\sqrt{x^2 + 8x + 15}}$

$f'(x) = \frac{x + 4}{\sqrt{x^2 + 8x + 15}}$

$$f'(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x+15}} = 0$$

$$x+4=0$$

$$x = -4$$

$$f'(x) = \frac{-4+4}{\sqrt{(-4)^2+8(-4)+15}} = 0$$

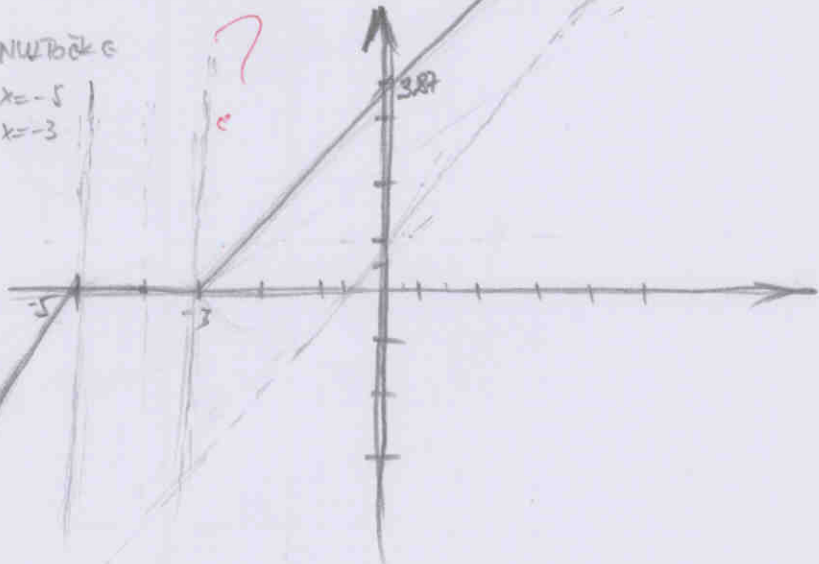
$$f(x) \quad | \quad \rightarrow \quad \rightarrow$$

→
nis u
površini
definicije ✓

Nul točke

$$x = -5$$

$$x = -3$$



$$f(0) = \sqrt{15} = 3.87$$

$$f'(x) = \frac{x^2+8x+15}{(x^2+8x+15)} = (x+4)(2x+8) \quad \times$$

$$f''(x) = \frac{x^2+8x+15 - 2x^2 - 8x - 8x - 32}{x^2+8x+15} \quad \times$$

$$f''(x) = \frac{-x^2 - 8x - 17}{x^2+8x+15} = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 68}}{2}$$

9. $q(x) = \ln(1-x^2)$

$$1-x^2 > 0$$

$$-x^2 > -1 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 < 1 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$D = \langle -1, 1 \rangle \quad \checkmark$$

$$q'(x) = \frac{1}{1-x^2} \cdot (-2x) = \frac{-2x}{1-x^2} \quad \checkmark$$

$$q''(x) = \frac{-2 \cdot (1-x^2) - (-2x) \cdot (-2x)}{(1-x^2)^2} \quad \checkmark$$

$$q''(x) = \frac{-2+2x^2-4x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{-2-2x^2}{(1-x^2)^2} \quad \times$$

IME I PREZIME: ANDREA SAVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-1-017-2010

$$g'(x) = 0$$

$$-2x = 0$$

$$x = 0$$

	-1	0	1
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	>	>	

$$g'(-\frac{1}{2}) = \frac{-2 \cdot (-\frac{1}{2})}{1 - (-\frac{1}{2})^2} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} > 0$$

$$g(\frac{1}{2}) = \frac{-2 \cdot \frac{1}{2}}{1 - (\frac{1}{2})^2} = \frac{-1}{1 - \frac{1}{4}} < 0$$

$$g''(x) = \frac{-2 - 2x^2}{(1-x^2)^2} = 0$$

$$-2 - 2x^2 = 0$$

$$-2(1+x^2) = 0$$

$$1 + x^2 = 0$$
$$x^2 \neq -1$$
$$x \neq \sqrt{-1}$$

Nultočke

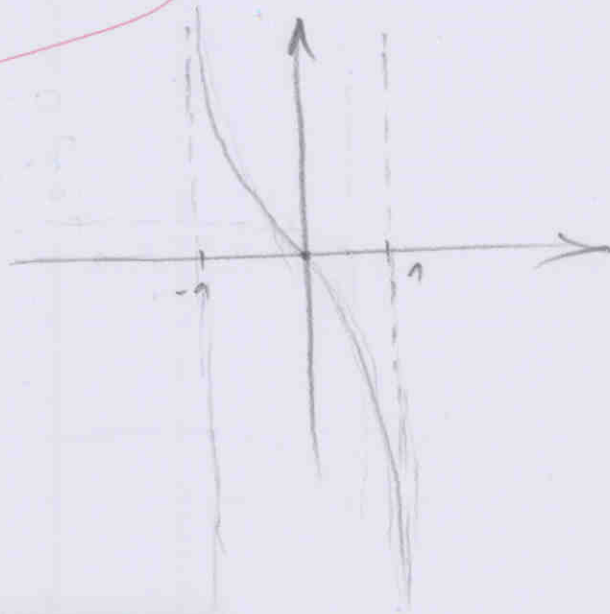
$$f(0) = \ln(1-0) = \ln 1 = 0$$

$$\ln(1-x^2) = 0$$

$$1-x^2 = 1$$

$$-x^2 = 0$$

$$x = 0$$



NISTE ODREDILI ASIMPTOTE

DRUGA DERIVACIJA VAM SE
NE UKLAPA U GRAF.

NISTE PREPOZNALI SIGNAL
DA SE NEGDJE POTKRALA
GRESKA

