1

OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: OD DO

IME I PREZIME: NIKOLA PERVČIĆ BROJ INDEKSA: 5458-2007.

MATEMATIKA 3: KOLOKVIJ 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE <u>JEDNOSTRANO</u> NA PREDLOŠKU KOJI MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA. 0000

100

Broj ↓ bodova

Dana su vam 5 zadatka u drugom kolokviju. Svaki zadatak nosi 25 bodova, ukupno 100+25 bodova, gdje je onih +25 bonus kojim možete nadoknaditi manjak s prvog kolokvija. Ukupno trebate sakupiti najmanje 100 bodova u dva kolokvija, od čega u prvom kolokviju potpuno točno treba biti riješen najmanje jedan zadatak, a isto tako i u drugom kolokviju.

1. Riješiti jednadžbu: $x'''(t) + x'(t) = 2t$ uz uvjete $x''(0) = 2$, $x'(0) = x(0) = 0$. 25

2. Izračunati $\iint_{\partial K} \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$ gdje je $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 3x + y \\ z^2 - \sin(x^2) \\ z^2 + \cos(x^2) \end{pmatrix}$ i ∂K rub kugle K radijusa 2 s centrom u ishodištu, a koji je orijentiran vanjskom normalom. 25

3. Izračunati $\int_{\widehat{ABC}} y^2 \mathrm{d}y + x^2 \mathrm{d}z$ gdje je $\widehat{ABC}$ krivulja koja ide bridovima trokuta s vrhovima $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,0)$ usmjerena redom od vrha A preko B i C do ponovo vrha A. Koristiti Stokesovu formulu. $\emptyset$

4. Odrediti duljinu 10 navoja zavojnice s parametrizacijom $x = \frac{1}{10}\cos(t)$, $y = \frac{1}{10}\sin(t)$ i $z = \frac{t}{20}$. ($t \in [0, 20\pi]$) 25

5. Izračunati

$$\int_{(0,2,0)}^{(1,0,1)} (x^2\,\mathrm{d}x + z\,\mathrm{d}y + y\,\mathrm{d}z)$$ 25

1.

$$\mathcal{L}\left[x'''(t) + x'(t)\right] = 2\mathcal{L}[t] \qquad x''(0) = 2 \quad x'(0) = x(0) = 0$$

$$s^3 X(s) - \cancel{s^2 x(0)}^{=0} - \cancel{s x'(0)}^{=0} - \underbrace{x''(0)}_{=2} + s X(s) - \cancel{x(0)}^{=0} = \frac{2}{s^2}$$

$$X(s)(s^3 + s) = \frac{2}{s^2} + 2$$

$$X(s) = \frac{\frac{2}{s^2} + 2}{s^3 + s} = \frac{2 + 2s^2}{s^2(s^3 + s)} = \frac{2 + 2s^2}{s^3(s^2 + 1)}$$

$$X(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s^3} + \frac{Ds + E}{s^2 + 1}$$

$$= \frac{As^2(s^2+1) + Bs(s^2+1) + C(s^2+1) + (Ds+E)(s^3)}{s^3(s^2+1)}$$

IME I PREZIME: NIKOLA PERUČIĆ BROJ INDEKSA: 14658-2007.

NASTAVAK 1. ZADATKA

$$2+2s^2 = As^4 + As^2 + Bs^3 + Bs + Cs^2 + C + Ds^4 + Es^3$$

$s^4 \ldots \quad 0 = A + D \Rightarrow D = 0$

$s^3 \ldots \quad 0 = B + E \Rightarrow E = 0$

$s^2 \ldots \quad 2 = A + C \Rightarrow \cancel{2} = A + \cancel{2} \Rightarrow A = 0$

$s^1 \ldots \quad 0 = B \Rightarrow B = 0$

$s^0 \ldots \quad 2 = C \Rightarrow C = 2$

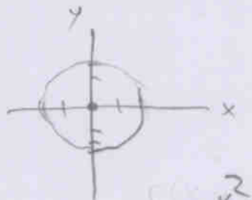
$$X(s) = \frac{2}{s^3}$$

25

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{s^3}\right] = 2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \cancel{2}\cdot\frac{t^2}{\cancel{2}} = t^2$$

---

② $\iint_{\partial K} F\,dS \qquad F = \begin{pmatrix} 3x+4 \\ z^2 - \sin x^2 \\ z^2 + \cos x^2 \end{pmatrix} \qquad K \ldots \quad r = 2 \quad T(0,0)$



$x^2 + y^2 + z^2 = 4$

$r^2 + z^2 = 4$

$r = \sqrt{4 - z^2}$

$$\operatorname{div} F = 3 + 0 + 2z = 3 + 2z$$

$$\iint_{\partial K} F\,ds = \iiint_V \operatorname{div} F$$

Prijelaz u cil.

$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi$

$z = z$

$\varphi \in [0, 2\pi]$

$r \in [0, \sqrt{4-z^2}]$

$z \in [0, 2]$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dz \int_0^{\sqrt{4-z^2}} (3+2z)\cdot r\,dr =$$

25

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dz \left[3\int_0^{\sqrt{4-z^2}} r\,dr + 2z \int_0^{\sqrt{4-z^2}} r\,dr \right] =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dz \left[3\cdot\left(\frac{4-z^2}{2}\right) + 2z\cdot\left(\frac{4-z^2}{2}\right) \right]$$

OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: OD DO

IME I PREZIME: ANTE BARIČEVIĆ BROJ INDEKSA: 0035160783

MATEMATIKA 3: KOLOKVIJ 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PREDLOŠKU KOJI MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA. 0000

20

Broj ↓ bodova

Dana su vam 5 zadatka u drugom kolokviju. Svaki zadatak nosi 25 bodova, ukupno 100+25 bodova, gdje je onih +25 bonus kojim možete nadoknaditi manjak s prvog kolokvija. Ukupno trebate sakupiti najmanje 100 bodova u dva kolokvija, od čega u prvom kolokviju potpuno točno treba biti riješen najmanje jedan zadatak, a isto tako i u drugom kolokviju.

1. Riješiti jednadžbu: $x'''(t) + x'(t) = 2t$ uz uvjete $x''(0) = 2$, $x'(0) = x(0) = 0$. 20
2. Izračunati $\iint_{\partial K} \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$ gdje je $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 3x+y \\ z^2 - \sin(x^2) \\ z^2 + \cos(x^2) \end{pmatrix}$ i ∂K rub kugle K radijusa 2 s centrom u ishodištu, a koji je orijentiran vanjskom normalom. $\cancel{0}$
3. Izračunati $\int_{\widehat{ABC}} y^2\mathrm{d}y + x^2\mathrm{d}z$ gdje je $\widehat{ABC}$ krivulja koja ide bridovima trokuta s vrhovima $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,0)$ usmjerena redom od vrha A preko B i C do ponovo vrha A. Koristiti Stokesovu formulu. $\cancel{0}$
4. Odrediti duljinu 10 navoja zavojnice s parametrizacijom $x = \frac{1}{10}\cos(t)$, $y = \frac{1}{10}\sin(t)$ i $z = \frac{t}{20}$. $(t \in [0, 20\pi])$
5. Izračunati

$$\int_{(0,2,0)}^{(1,0,1)} \left(x^2\,\mathrm{d}x + z\,\mathrm{d}y + y\,\mathrm{d}z\right)$$

① $x'''(t) + x'(t) = 2t \qquad x''(0) = 2,\ x'(0) = x(0) = 0$

$x'''(t) \Rightarrow s^3X(s) - s^2x(0) - s\cdot x'(0) - x''(0) = s^3X(s) - 2$

$x'(t) \Rightarrow sX(s) - x(0) = s\cdot X(s)$

$s^3X(s) - 2 + s\cdot X(s) = 2\cdot\frac{1}{s^2}$

$X(s)\left(s^3 + s\right) = \frac{2}{s^2} + 2$

$X(s)\cdot(s^3+s) = \frac{2+2s^2}{s^2} \quad /:(s^3+s)$

$X(s) = \frac{2+2s^2}{s^2(s^3+s)}$

IME I PREZIME: ANTE BARIČEVIĆ BROJ INDEKSA: 0035160783

① NASTAVAK:

$$X(s) = \frac{2\cancel{(s^2+1)}}{s^3\cancel{(s^2+1)}}$$

$$X(s) = \frac{2}{s^3}$$

$$\frac{2}{s^3} \Rightarrow t^2$$

$$F(t) = t^2$$ ✓

20

IME I PREZIME: BROJ INDEKSA:

(2) $\iint_{\partial K} F \cdot dS \quad F = \begin{pmatrix} 3x+y \\ z^2 - \sin(x^2) \\ z^2 + \cos(x^2) \end{pmatrix}$ kugla $\Rightarrow x^2+y^2+z^2=4$

VIDI PERUČIĆ

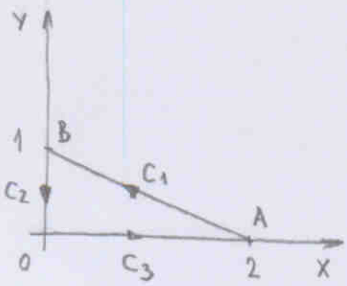
$\text{div} F = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2z \end{bmatrix}$ $r \in [0,2]$; $\varphi \in [0,\pi]$; $\xi \in [0,2\pi]$

$z = r\cos\varphi$

$\int_0^3 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} dr\, d\varphi\, d\xi = \int_0^3 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} 2r\cos\varphi\, dr\, d\varphi\, d\xi =$

$= 9 \cdot 2\pi \int_0^\pi \cos\varphi\, d\varphi = 18\pi(\sin\pi - \sin 0) = \emptyset$

(3) $\int_{ABC} y^2 dy + x^2 dz$



$C_1 \cdots y = \frac{-1}{2}x + 1$

$C_2 \cdots x = 0$

$C_3 \cdots y = 0$

$\text{rot} w = \nabla \times W = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 2y \\ 0 \end{bmatrix} =$?

OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: OD DO .

IME I PREZIME: Zvonimir Dunatov BROJ INDEKSA: 54767

MATEMATIKA 3: KOLOKVIJ 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PREDLOŠKU KOJI MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

oooo

0

Broj ↓ bodova

Dana su vam 5 zadatka u drugom kolokviju. Svaki zadatak nosi 25 bodova, ukupno 100+25 bodova, gdje je onih +25 bonus kojim možete nadoknaditi manjak s prvog kolokvija. Ukupno trebate sakupiti najmanje 100 bodova u dva kolokvija, od čega u prvom kolokviju potpuno točno treba biti riješen najmanje jedan zadatak, a isto tako i u drugom kolokviju.

1. Riješiti jednadžbu: $x'''(t) + x'(t) = 2t$ uz uvjete $x''(0) = 2$, $x'(0) = x(0) = 0$.

2. Izračunati $\iint\limits_{\partial K} \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$ gdje je $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 3x + y \\ z^2 - \sin(x^2) \\ z^2 + \cos(x^2) \end{pmatrix}$ i ∂K rub kugle K radijusa 2 s centrom u ishodištu, a koji je orijentiran vanjskom normalom.

3. Izračunati $\int_{\widehat{ABC}} y^2 \mathrm{d}y + x^2 \mathrm{d}z$ gdje je $\widehat{ABC}$ krivulja koja ide bridovima trokuta s vrhovima $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,0)$ usmjerena redom od vrha A preko B i C do ponovo vrha A. Koristiti Stokesovu formulu.

4. Odrediti duljinu 10 navoja zavojnice s parametrizacijom $x = \frac{1}{10}\cos(t)$, $y = \frac{1}{10}\sin(t)$ i $z = \frac{t}{20}$. ($t \in [0, 20\pi]$)

5. Izračunati

$$\int\limits_{(0,2,0)}^{(1,0,1)} \left(x^2 \,\mathrm{d}x + z \,\mathrm{d}y + y \,\mathrm{d}z\right)$$