

MATEMATIKA 1: KOLOVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uredaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

OOXX

35

Broj ↓  
bodova

20

1. Riješiti jednadžbu:  $\overline{1-i} = z^3 - (-i)^{223}$ .

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

5

Izračunati matrični umnožak  $A A^{-1}$ .

20

3. Za funkciju kosinus nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

20

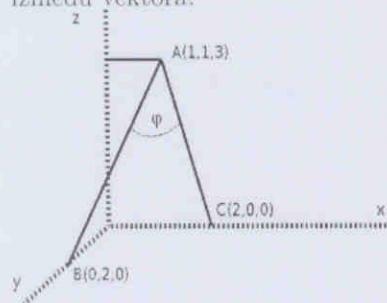
4. Riješi sustav Gaussovom metodom:

$$\begin{array}{rccccccccc} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & & x_2 & & & & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 & = & -1 \end{array}$$

10

20

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.



17-2-0029

IME I PREZIME: MARIN VUKIĆ

$$1. \overline{1-i} = 2^3 - (-i)^{22}$$

$$1+i = +i \quad \checkmark$$

$$1+i = x+yi - i$$

$$1+i = x+(y-1)i$$

$$1=x$$

$$1=y-1$$

$$\begin{cases} y=1 \\ y=2 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$za h=0$$

$$2_1 = \sqrt[3]{5} \cdot \left( \cos \frac{\pi + 2k\pi}{3} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{3} \right)$$

$$za h=1$$

$$2_2 = \sqrt[3]{5}$$

$$za h=2$$

$$2_3 =$$

$$\begin{aligned} za h=0,1,2 \\ \sqrt[3]{5} = 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$i^{223} = i^3 = -i \quad \checkmark$$

BROJ INDEKSA:

$$z^3 = +$$

$$t = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$t = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \quad \checkmark$$

$$t_q = \frac{2}{1}$$

$$\boxed{q = 1.107} \quad \checkmark$$

$$Re_{z_1} = 2.085$$

$$Im_{z_1} = 0.806$$

$$Re_{z_2} = -1.741$$

$$Im_{z_2} = 1.402$$

$$Re_{z_3} = -0.344$$

$$Im_{z_3} = -2.203$$

$$2. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 0 - 2 = -2$$

Determinanta = -2  $\checkmark$  5

$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{array} \left[ \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{(3)}$$

NE!

$$\left[ \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{(1)-(2)} \left[ \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{(3) \cdot \frac{1}{3}}$$

GREŠKA,

VIDI NEKIĆ.

MATRICE KOJE NEMaju  
INVERZ ZOVU SE SINGULARNE  
I NJIHOVA DETERMINANTA  
JEDNAKA JE NULA.

IZRAČUNALI STE  
 $DET(A) = -2$  PA  
NISTE SMJELI ZA-  
KLJUČITI SYEDECÉ?

MATRICA NEMA INVERZ, PA NI RJEŠENJE!  $\times$

4.

$$2 - 1 + 1 - 1 = -1$$

$$2 - 1 + 0 - 3 = 1$$

$$3 - 0 - 1 + 1 = -1$$

$$1 + 2 - 2 + 5 = -1$$

$$\left[ \begin{array}{ccccc} 2 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\dots} \left[ \begin{array}{ccccc} 1 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 2 & 5 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{(1),(2)}$$

NASTAVAK NA

3. PAPIRU

$$4. \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{(1,2)} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{(2,3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{(3,4)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow[2 \cdot (-1)]{} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 2 & \end{bmatrix} \xrightarrow{(-\frac{1}{3})} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \end{bmatrix} \xrightarrow[(-1) \cdot (-5); (6,2)]{}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 15 & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \end{bmatrix}$$

$$-\frac{2}{3}x_1 + 15x_2 - \frac{1}{3}x_3 - \frac{2}{3}x_4$$

PROVJERA:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2/3 \\ 15 \\ -1/3 \\ -2/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} - 15 - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

DA STE NAPRAVILI PROVJERU ZNACI

BI DA VAM RJEŠENJE NIJE TOČNO.



IME I PREZIME: MARIN VUKIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0029

5.  $A(1, 1, 3)$

$B(0, 2, 0)$

$C(2, 0, 0)$

$$AB = \begin{bmatrix} 1-0 \\ 1-2 \\ 3-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \sqrt{1+1+9} = \sqrt{11}$$

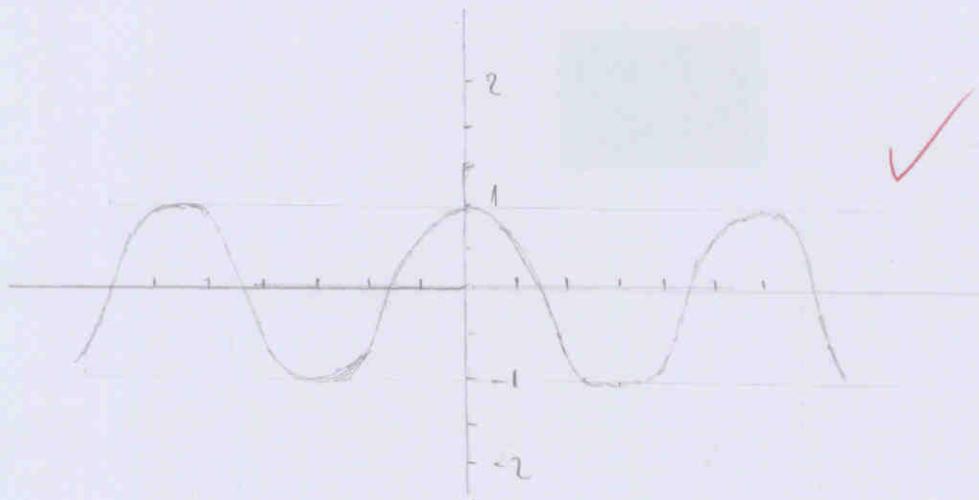
$$AC = \begin{bmatrix} 1-2 \\ 1-0 \\ 3-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \sqrt{1+1+9} = \sqrt{11}$$

$$AB \cdot AC = 1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 7$$

(20)

$$\cos f = \frac{7}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}} = \underline{\underline{0.881}}$$

3.



Domena se lucije je  $(-\infty, +\infty)$  ✓

Kodomena?

Periodičnost  $[-1, 1]$ ? X PERIOD  $2\pi$

PARNOST?

Nema injekcije, snijekanje ni bijekcije ✓

NEPARNOST?

Inverza nema ✓

OGRANIČENOST?

RASTE ILI PADA?

10

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uredaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uredaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno medusobno posudivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. **ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.**

*✓*  
Broj ↓  
bodova

20

1. Riješiti jednadžbu:  $\overline{1-i} = z^3 - (-i)^{223}$ .

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak  $AA^{-1}$ .

20

3. Za funkciju kosinus nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

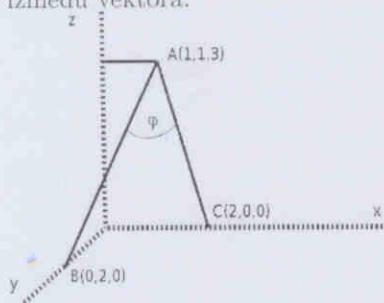
20

4. Riješi sustav Gaussovom metodom:

$$\begin{array}{rccccccccc} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 & = & -1 \end{array}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.

20



IME I PREZIME: IVAN LULIĆ

OOXX  
5

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papiре zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

Broj ↓  
bodova

20

1. Riješiti jednadžbu:  $\overline{1-i} = z^3 - (-i)^{223}$ .

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak  $AA^{-1}$ .

20

3. Za funkciju kosinus nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

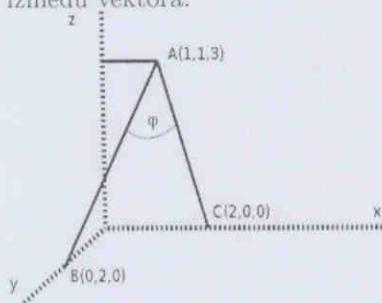
20

4. Riješi sustav Gaussovom metodom:

$$\begin{array}{rclcl} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.

20



$$1. A = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 1 \\ -0 & 0 & 2 \\ +2 & 1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= +1 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - 0 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= 1(0 \cdot 0 - 2 \cdot 1) + 3(0 \cdot 2 - 1 \cdot 0)$$

5

$$= 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 0$$

$$= -2 //$$

IME I PREZIME: Mario ĐorđevićBROJ INDEKSA: A-2-00272010

OOXX

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papiere zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posudjivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

Broj ↓  
bodova0.201. Riješiti jednadžbu:  $\overline{1-i} = z^3 - (-i)^{223}$ .

20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

5

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak  $AA^{-1}$ .

20

3. Za funkciju kosinus nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

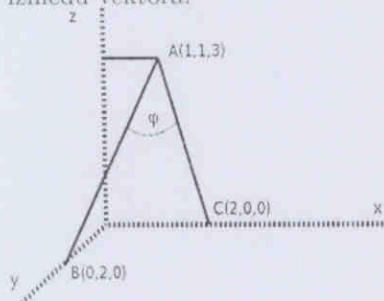
15 20

4. Riješi sustav Gaussovom metodom:

$$\begin{array}{rccccccccc} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 & = & -1 \end{array}$$

05. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.

20

0

6) determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = -1 \cdot 2 = -2$$

5

KOD RAČUNANJA INVERZA MATRICE DOPUŠTENE SU ELEMENTARNE TRANSF. SAMO NA RETCIMA MATRICE.

7) inverz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[3R_1+R_3]{R_2 \leftrightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[2R_2+R_3]{R_3 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & | & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[2R_2 \leftrightarrow R_3]{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[2R_2+R_3]{R_3 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

KOD RAČUNANJA INVERZA: PROVJERITI Matrični umnožak matrice, inverza jediničnoj matrici, jednak

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 6 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

JEDNAK

②

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \underset{\text{R2-R1}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \underset{\text{R3-R2}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & -\frac{3}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \cdot \cancel{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}} \cdot \cancel{\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}} = \cancel{-1 \left( \frac{1}{2} - 0 \right)} - \frac{1}{2}$$

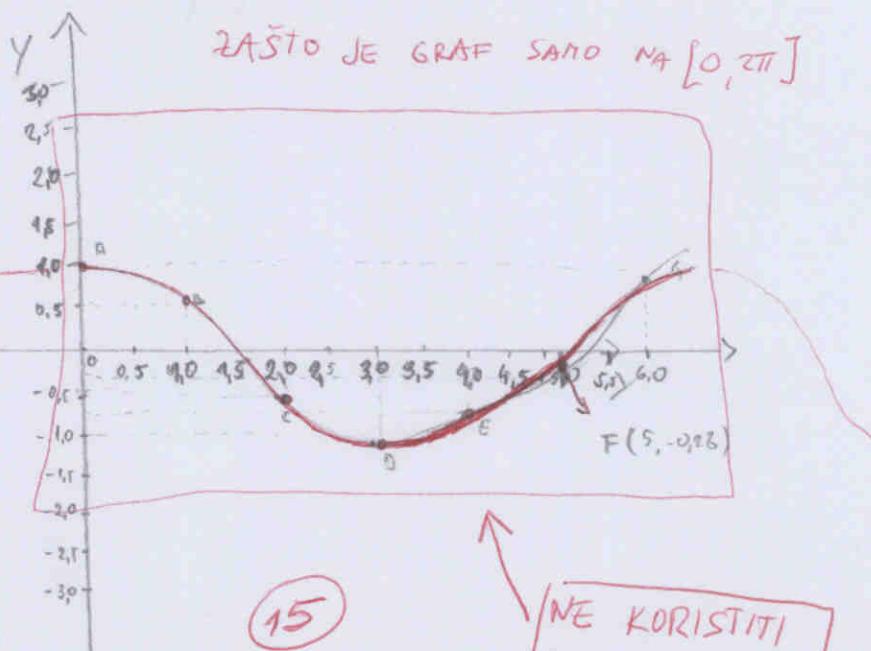
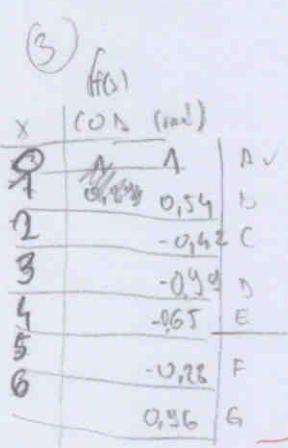
VIDI NEKİĆ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{aligned} (1 \cdot 1) + 0 \cdot (-\frac{1}{2}) + (-3 \cdot 0) &= 1 \\ (0 \cdot 1) + 0 \cdot (\frac{3}{2}) + (0 \cdot 0) &= 0 \\ 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-\frac{1}{2}) + (0 \cdot 0) &= 1 + 1 \cdot 1 - 2 \\ 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-\frac{3}{2}) - 3 \cdot 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-\frac{1}{2}) + 1 \cdot (\frac{1}{2}) &= \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 0 &= 0 \\ 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{aligned} 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 &= 0 \\ 0 \cdot (\frac{1}{2}) + 0 \cdot (-\frac{3}{2}) + 2 \cdot \frac{1}{2} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-\frac{1}{2}) &= 1 \\ 3 - 4 &= -1 \\ 1 \cdot \frac{3}{2} &= \frac{3}{2} \\ -\frac{9}{2} &= -\frac{9}{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (3 \cdot 1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 &= 3 \\ (-3 \cdot -\frac{1}{2}) + 1 \cdot (\frac{3}{2}) + 0 \cdot \frac{1}{2} &= \\ \frac{3}{2} + \frac{3}{2} &= 3 \\ 0 \cdot \left( \frac{6}{2} \right) - 2 \cdot \left( \frac{6}{2} \right) &= \\ \frac{3}{2} + \frac{3}{2} &= 3 \end{aligned}$$



(15)

NE KORISTITI  
CRVENU Boju  
KOD PISANJA  
ZADACA

- a)  $D = (-\infty, +\infty)$  ✓  
 b) Kodomen  $= (-\infty, +\infty)$ ?  
 c) Periodičnost  $(2\pi)$  ✓  
 d) neparne X  
 e) funkcija je ograničena na y-osi u razmjerima  $(1, -1)$  ✓  
 f) Funkcija je rastuća i počinje (po intervalima)  
 g) - funkcija je neparna X  
 h) funkcija nije stepena (u redu ako ovako definiramo kod mena)  
 i) funkcija nije beskonačna ✓  
 j) kura inverzna ✓

KAŽEMO DA JE FUNKCIJA RASTUĆA  
AKO CIJELIM SVOSIM TOKOM RASTE.  
VIDI PRIMJERE  $f(x) = e^x$ ,  $f(x) = \ln x$ ,  
PA ČAK MOŽEMO RECI, I ZA  $f(x) = \tan x$ .

GRAF OSNOVNIH ELEMENTARNIH FUNKCIJA  
NE CRTA SE NA OSNOVU NEKOLIKO  
IZRAČUNATIH TOČAKA, VEĆ SE NJEGA  
PO OBЛИKУ I OSNOVNIM SVOJSTVIMA  
FUNKCIJE TREBA NAUČITI IZ KNJIGE.

## KRIVO ODREĐENA PROŠIRENA MATRICA SUSTAVA

(4)

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 + \frac{1}{2}R_2} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - 2R_1} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 - 3R_1} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_4 - 2R_1} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 + \frac{2}{3}R_3} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 9 & 2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_4 - 3R_2} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 - R_1} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 + R_1} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 5 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 10 & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 + \frac{1}{3}R_3} \left( \begin{array}{ccccc|c} 10 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 + \frac{1}{3}R_3} \left( \begin{array}{ccccc|c} 10 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 - R_1} \left( \begin{array}{ccccc|c} 10 & 0 & 0 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 + R_3} \left( \begin{array}{ccccc|c} 10 & 0 & 0 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 1 & 5 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1000 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 10 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 1 & 5 \end{array} \right)$$

$$2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{-8 + 4 + 2 - 3}{5} = \frac{-11 + 6}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

$$R_1 + 2R_3, R_2 + 2R_3, R_3 + 3R_4$$

$$2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \quad -2 + \frac{6}{5} = \frac{-10 + 6}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$-5 + 7 \cdot \frac{3}{5} = -5 + \frac{21}{5} = \frac{-25 + 21}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$-2 + 4 \cdot \frac{3}{5} = -2 \cdot \frac{12}{5} = \frac{10 + 12}{5} = \frac{22}{5}$$

$$2 + (-8) = -6$$

$$-\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{5}{6} + \frac{1}{2} = \frac{-2}{6}$$

$$-3 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -3 \cdot 1 = 3$$

$$+ -(-8) = +16$$

$$\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{6}$$

$$-3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{7} = -\frac{9}{7}$$

$$-\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{5}{4} = -\frac{5}{6}$$

$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

$$-\frac{5}{6} + \left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$$

$$2 \cdot (-2) = -4$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{12}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$-\frac{5}{12} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{12}$$

$$0 \cdot (-1) = 0$$

$$5 \cdot (-3) = -15$$

$$-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

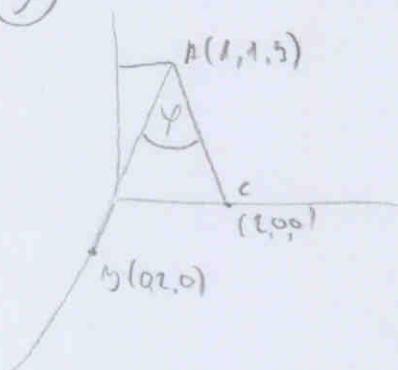
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$-2 \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{100}{27}$$

$$= -\frac{15}{3}$$

(5)



$$(V_1, V_2) = \|V_1\| \cdot \|V_2\| \cos \angle(V_1, V_2)$$

~~$\|V_1\| = B$~~   ~~$\Rightarrow \sqrt{0^2 + 1.5^2 + 0^2} = \sqrt{0^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2$~~

~~$\|V_2\| = C$~~   ~~$\Rightarrow \sqrt{0^2 + 0^2 + 0^2} = \sqrt{2^2 + 0^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2$~~

~~✓~~

$$\cos \angle \frac{\pi}{4} = \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = 75,52^\circ$$

VIDI NEKIC

4) PROVJERA:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4/5 \\ -4/5 \\ 2/5 \\ 3/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{5} + \frac{4}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \\ -\frac{8}{5} + \frac{4}{5} + 0 \\ \cancel{-\frac{8}{5} + \frac{4}{5} + 0} \cancel{\frac{9}{5}} \\ -\frac{13}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

TREBALI STE PROVJERITI.

TADA BI LAGANO OTKRILI GREŠKU.

IME I PREZIME: VLADEN BULIC

BROJ INDEKSA: 17-1-0018-2010

OOXX

50

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

Broj ↓  
bodova6  
201. Riješiti jednadžbu:  $\overline{1-i} = z^3 - (-i)^{223}$ .

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak  $AA^{-1}$ .

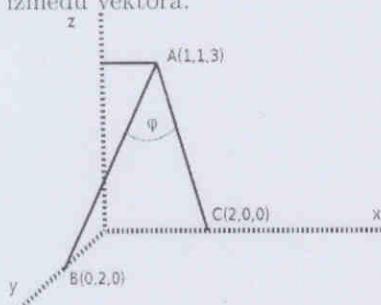
20

3. Za funkciju kosinus nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

10  
20

4. Riješi sustav Gaussovom metodom:

$$\begin{array}{rclcl} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

d  
205. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.

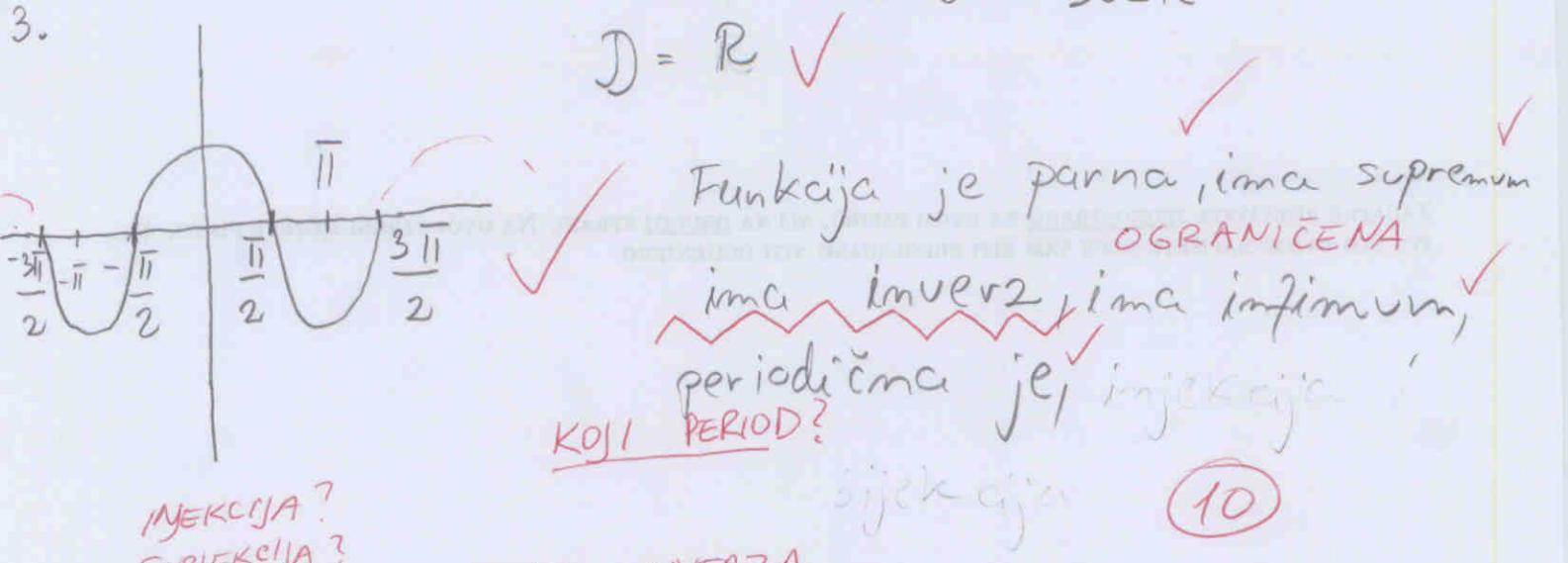
20

UVJET ZA OVU OCJENU (ROK: 15.01.2011.)

ISTO KAO KOD STUDENTA

CVAR SILVIJAN (VIDI NJEGOV ISPRAVLJENI KOLOKVIJ)

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \checkmark$$



NEKCIJA?  
SURJEKCIJA?  
BIJEKCIJA?  
KODOMENA?

NETA INVERZA

4.

$$\left[ \begin{array}{cccccc} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{cccccc} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 & R_1 + R_1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{cccccc} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 & R_1 + R_1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 - R_1} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 + 3R_1} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 - 5R_1} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 - 4R_2} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 - 3R_3} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 - R_2} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 4 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 - 3R_1} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 + 2R_3} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 - R_3} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 + R_3} \left[ \begin{array}{cccccc} -2 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{det } = 0} \emptyset$$

IME I PREZIME: MLADEN BULIĆ

BROJ INDEKSA: 17-1-0018-2010

$$1. \overline{1-i} = z^3 - (-i)^{223}$$

$$i^{223} = i^3 =$$

$$\overline{1-i} = z^3 - (-i)^3 \checkmark \quad f = \frac{y}{x}$$

$$(-i)^3 = (-1)^3 \cdot i^3 = (-1) \cdot (-i) = i$$

$$\overline{1-i} = z^3 - (-i) \times \quad f = 0 \quad z = 1(\cos 0 + i \sin 0)$$

$$\overline{1-i} = z^3 + i$$

$$1+i = z^3 + i$$

$$z^3 = 1+i-i$$

$$z = \sqrt[3]{1}$$

$$z_1 = \left( \cos \frac{\varphi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} + i \sin \frac{\varphi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} \right)$$

$$z_1 = \left( \cos \frac{\varphi}{3} + i \sin \frac{\varphi}{3} \right) ? \quad \varphi = ?$$

$$z_2 = \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) = ?$$

$$z_3 = \left( \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) = ?$$

VIDI NEKIC

2.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & | & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & | & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 \cdot 0 + 0 \cdot 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 0 \cdot 1 - (-3) \cdot 0 \cdot 1 - 1 \cdot 2 \cdot 1 - 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0 + 0 + 0 - 0 - 2 - 0 = -2$$

Determinanta = -2 ✓

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\downarrow} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 + 3R_1} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 - R_3} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 - 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 3 - 3/2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

PROVJERA:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ 3 & -3/2 & 1 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \checkmark$

20

5.  $A(1,1,3)$

$\vec{AB}(-1,1,-3)$

$B(0,2,0)$

$\vec{AC}(1,-1,-3)$

$C(2,0,0)$

$\vec{AB} \times \vec{AC}$

$\|\vec{AB} \times \vec{AC}\| = \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\| \cdot \sin \varphi$

$\|\vec{AB}\|$

$\|\vec{AC}\|$

$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\| \cdot \cos \varphi$

$\vec{AB} \times \vec{AC}$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 1 \cdot (-3) - (-1) \cdot (-3) &= -3 - 3 = -6 \\ -3 \cdot 1 - (-3) \cdot (-1) &= -3 - 3 = -6 \Rightarrow \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix} \\ (-1) \cdot (-1) - 1 \cdot 1 &= 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{11} = 3.3166$

$\|\vec{AC}\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{11} = 3.3166$

$\|\vec{AB} \times \vec{AC}\| = \sqrt{(-6)^2 + (-6)^2 + 0} = \sqrt{72} = 8.4852$

$8.4852 = 3.3166 \cdot 3.3166 \cdot \sin \varphi (\vec{AB}, \vec{AC})$

$\sin \varphi (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{8.4852}{3.3166 \cdot 3.3166} = \frac{8.4852}{10.9998} = 0.77$

$\neq 0.88 \quad \checkmark$

(20)

VIDI NEKİĆ

IME I PREZIME: Mladen Bulic

BROJ INDEKSA: 17-1-0018-2010

5.

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} = -1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-3) \cdot (-3) = -1 - 1 + 9 = 7$$

$$\cos \varphi(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\|\vec{AB}\| \|\vec{AC}\|} = \frac{7}{10.998} = 0.63$$

≠ 0.88 ✓

IZVRSNA PROVERA  
BRAVO!

IME I PREZIME: DOMAGOJ NEKIC

BROJ INDEKSA:

OOXX

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

(45)

Broj ↓  
bodova

5 20

1. Riješiti jednadžbu:  $\overline{1-i} = z^3 - (-i)^{223}$ .

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak  $AA^{-1}$ .

20

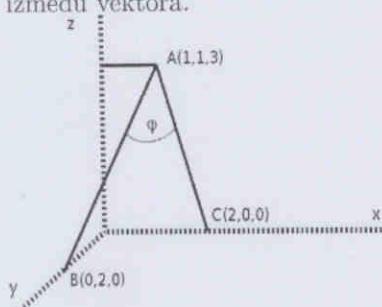
3. Za funkciju kosinus nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

20

4. Riješi sustav Gaussovom metodom:

$$\begin{array}{rclcl} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

20

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut  $\varphi$  korištenjem formule za kut između vektora.

A(1,1,3) B(0,2,0) C(2,0,0)

$$\ell = 0.88$$

UVJET ZA OVU OCJENU (ROK: DO 15.01.2011.)  
ISTO KAO KOD STUDENTA CVAR SILVIAN

IME I PREZIME: DOMAGOJ ĐEĐIĆ

BROJ INDEKSA:

$$i^3 = -i$$

$$1) \overline{1-i} = 2^3 - (-i)^{223}$$

$$1+i = 2^3 - i \quad \checkmark$$

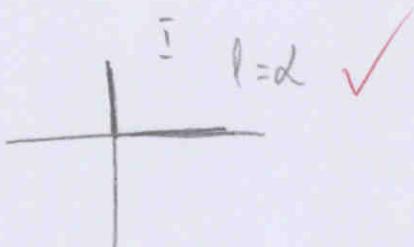
$$2^3 - i = 1+i \quad \checkmark$$

$$2^3 = 1+i+i \quad \checkmark$$

$$2^3 = 1+2i \quad \checkmark$$

$$z = \sqrt[3]{1+2i} \quad \checkmark$$

$$w = 1+2i \quad \checkmark$$



$$x=1$$

$$y=2$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5} \quad \checkmark$$

$$|z| = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2 \quad \checkmark$$

$$z = \sqrt[3]{\sqrt{5}} \left( \cos \frac{2.19 + 2k\pi}{3} + i \sin \frac{2.19 + 2k\pi}{3} \right)$$

$$\varphi = \arctan 2 \approx 1.107$$

$$k=0,1,2$$

$$d = \sqrt{2.19} \quad \times$$

$$z_1 = \sqrt[3]{5} \left( \cos \frac{2.19}{3} + i \sin \frac{2.19}{3} \right)$$

$$l = 2.19 \quad \times$$

$$= 1.315 (0.755 + 0.67i) = 0.98 + 0.88i$$

$$\pi/2 < 2.19 < \pi/2 \approx 1.57$$

$$z_2 = \sqrt[3]{5} \left( \cos \frac{2.19 + 2\pi}{3} + i \sin \frac{2.19 + 2\pi}{3} \right)$$

$$= 1.31 (-0.95 + 0.31i) = -1.24 + 0.41i$$

$\downarrow$   
2.19 je u II kvadrantu

II kvadrant

$$z_3 = \sqrt[3]{5} \left( \cos \frac{2.19 + 4\pi}{3} + i \sin \frac{2.19 + 4\pi}{3} \right)$$

$$= 1.31 (0.20 - 0.98) = 0.26 - 1.28i$$

IME I PREZIME: DOMAGOS HEKIC

BROJ INDEKSA:

$$2) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 100 \\ 0 & 0 & 2 & | & 010 \\ -3 & 1 & 0 & | & 1001 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 100 \\ -3 & 1 & 0 & | & 001 \\ 0 & 0 & 2 & | & 010 \end{bmatrix} R_2 + 3R_1 \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 100 \\ 0 & 1 & 3 & | & 301 \\ 0 & 0 & 2 & | & 010 \end{bmatrix} R_3 \cdot \frac{1}{2} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 100 \\ 0 & 1 & 3 & | & 301 \\ 0 & 0 & 1 & | & 010 \end{bmatrix} R_2 - 3R_3 \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & -\frac{1}{2}0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 3-\frac{3}{2}1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 010 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 3 & -\frac{3}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 3 & -\frac{3}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0+0 & -\frac{1}{2}+0+\frac{1}{2} & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+1 & 0+0+0 \\ -3+3+0 & \frac{3}{2}-\frac{3}{2}+0 & 0+1+0 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

✓

20

2) Determinanta

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 0 \underbrace{\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}}_0 + 1 \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \cdot (-2) + 0 = -2, \quad \text{Det} = -2 \quad \checkmark$$

$$5) \vec{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j} + (z_B - z_A) \vec{k}$$

$$= (0 - 1) \vec{i} + (2 - 1) \vec{j} + (0 - 3) \vec{k}$$

$$= -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k} \quad \checkmark$$

$$\vec{AC} = (x_C - x_A) \vec{i} + (y_C - y_A) \vec{j} + (z_C - z_A) \vec{k}$$

$$= (2 - 1) \vec{i} + (0 - 1) \vec{j} + (0 - 3) \vec{k}$$

$$= \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k} \quad \checkmark$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{7}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}} = \frac{7}{11} \quad \checkmark \quad 0.818 \approx 0.636$$

$$\varphi = 0.88 \quad \checkmark$$

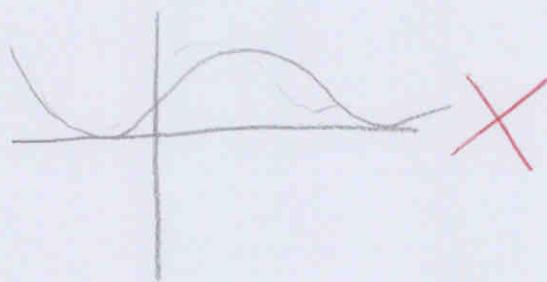
20

IME I PREZIME:

DOMAGOJ NEKIC

BROJ INDEKSA:

3)  $\cos$



Nije injektivna

Nije surjektivna

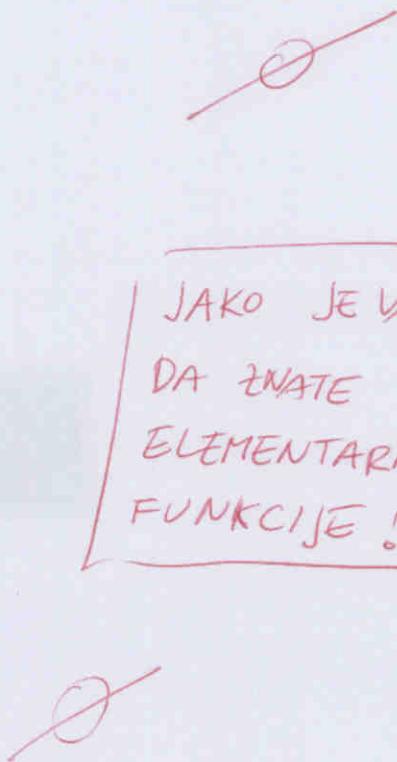
Nije bijektivna

$D = \mathbb{R} \cup (-\infty, +\infty)$  ?

kodomena?

VIDI DANILOVIC

JAKO JE VAZNO  
DA ZNATE  
ELEMENTARNE  
FUNKCIJE!



IME I PREZIME: DOMAGOJ NEKIĆ

BROJ INDEKSA:

$$L_1) \left( \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc} x_3 & x_2 & x_1 & x_4 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 & 5 & 1 & -1 \end{array} \right)$$

$R_3 + R_1$   
 $R_4 + 2R_1$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc} \boxed{1} & 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 1 \end{array} \right) R_2 \cdot (-1) \sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & \boxed{-2} & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

$R_1 + R_2$   
 $R_3 + R_2$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc} \boxed{1} & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & -3 \end{array} \right) L_1 \cdot \frac{1}{3} \sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

$R_2 + 2R_3$   
 $R_4 - 6R_3$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \end{array} \right) R_4 \cdot (-\frac{1}{3}) \sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right)$$

$R_1 - 2R_4$   
 $R_2 - 5R_4$   
 $R_3 - R_4$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right) \begin{matrix} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_4 \end{matrix} \quad \left( \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} 3 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{array} \right) \quad \cancel{\times} \quad \cancel{\circ}$$

PROVJERA:

$$\left( \begin{array}{cccc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} 3 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} 3 \cdot 2 - 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) \\ 6 - 2 + 0 + 1 \\ 5 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 5 \end{array} \right)$$

DA STE NAPRAVILI PROVJERU, MOGLI STE ZNATI DA  
NEŠTO TREBA ISPRAVITI