

IME I PREZIME:

IVICA NALIS

BROJ INDEKSA:

003777726

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

oxxo

Broj ↓
bodova

1. Ako su z_1 i z_2 rješenja jednadžbe $z^2 + 10z + 50 = 0$ izračunati vrijednost izraza $\overline{\left(\frac{z_1 - 3i}{z_2 + i}\right)}$.

20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

20

3. Za funkciju $f(x) = 2^x$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

20

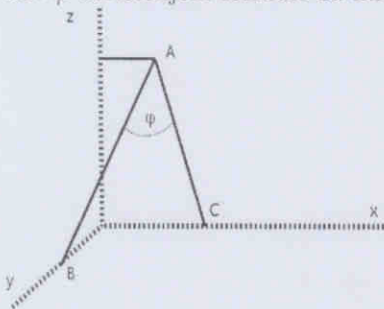
4. Gaussovom metodom riješiti sustav:

20

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 &= 0 \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 2 \\ -4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \end{aligned}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(2,2,4)$, $B(1,3,1)$ i $C(3,1,1)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

20



UŽ OVAKVO ZNANJE KAKO
STE MOGLI RIJEŠITI
MOODLE PROVJERE?

IME I PREZIME: IVIČA NAČIŠ

BROJ INDEKSA: 003777726

1)

$$z^2 + 10z + 50 = 0$$

a b c

$$\begin{pmatrix} z_1 - 3i \\ z_2 + i \end{pmatrix}$$

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z_1 - 3i = -5 + 10i$$

$$z_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50}}{2 \cdot 1}$$

$$z_1 = 43i + 10i - 5$$

$$z_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 200}}{2}$$

$$z_1 = 13i - 5$$

$$z_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{-100}}{2}$$

$$z_2 + i = -5 - 10i$$

$$z_1 = \frac{-10 + i\sqrt{100}}{2} = -5 + i10 \quad \times$$

$$z_2 = -i - 10i - 5$$

$$z_2 = \frac{-10 - i\sqrt{100}}{2} = -5 - i10 \quad \times$$

$$z_2 = -11i - 5$$

OVAKO SE NE SKRAĆUJE RAZLOMAK
TREBA SKRAĆIVATI NA JEDAN OD SLJEDEĆIH NAČINA:

$$1) \quad \frac{-10 \pm 10i}{2} = \frac{\cancel{2} \cdot (-5 \pm 5i)}{\cancel{2}} = -5 \pm 5i$$

$$2) \quad \frac{-10 \pm 10i}{2} = \frac{\frac{5}{\cancel{2}} \cdot (-10 \pm 10i)}{\cancel{2}} = 5 \pm 5i$$

$$3) \quad \frac{-10 \pm 10i}{\cancel{2}} = -5 \pm 5i$$

IME I PREZIME: **IVICA NALIS**
IZVAREĐAN

BROJ INDEKSA: **003777726**

4)

$$\begin{array}{l} 0+1-1+1-2 \\ -1-2+3-2+3 \\ 8-7+2+1-4 \\ 0-4+2-2+4 \\ 0-2-1-1+5 \end{array} \begin{array}{l} | 0 \\ | 1 \\ | 2 \\ | 0 \\ | 1 \end{array} = 0+5-3-6+4-7+3+5 = 1$$

SARRUSOVO PRAVILO
VRJEDI SAMO ZA
3x3 MATRICE.

2)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= [1+0+3+3+0] + [1+1-1+3] + [1-1+2] + [1+2+1]$$

$$= 7 + 4 + 2 + 4 = 17$$

IME I PREZIME: BERNARDO KOTLAR

BRJ INDEKSA:

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

oxxo

~~20~~

25

Broj ↓
bodova

1. Ako su z_1 i z_2 rješenja jednadžbe $z^2 + 10z + 50 = 0$ izračunati vrijednost izraza $\overline{\left(\frac{z_1 - 3i}{z_2 + i}\right)}$.

~~20~~

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

~~20~~

3. Za funkciju $f(x) = 2^x$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

~~20~~

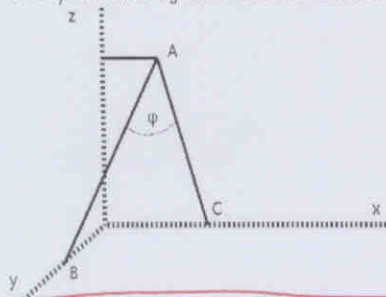
4. Gaussovom metodom riješiti sustav:

~~20~~

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 &= 0 \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 2 \\ -4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \end{aligned}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(2,2,4)$, $B(1,3,1)$ i $C(3,1,1)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

20



$$\vec{AB} = v_1 = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ -7 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$v_1 v_2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 7 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$-1 - 7 + 9 = 7$$

$$\vec{AC} = v_2 = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -7 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 \\ 7 \\ 3 \end{vmatrix}$$

MOLIM NARISATI IME I PREZIME NA SVAKI LIST PAPIRA

$$v_1 \cdot v_2 = \|v_1\| \cdot \|v_2\| \cdot \cos \rho(v_1, v_2)$$

$$\cos \rho(v_1, v_2) = \frac{7}{11} =$$

$$\rho = 0.88$$

✓

20

2. $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \cdot (-3)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$-1 \cdot (3+0+0) - (0+8+1) = 1 \cdot (3-9) = -6$$

$$\det(A) = -6 \quad \checkmark \quad \underline{5}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^*$$

$$A^* = \begin{vmatrix} -3 & -1 & 2 & 1 \\ -3 & -5 & 1 & -1 \\ -6 & -2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$a_{11} = 1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$1 \cdot (0+0+0) - (0+2+1) \\ 1 \cdot (-3) = -3$$

$$a_{12} = -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$-1(0+0+0) - (0+0-3) \\ -7 \cdot (-3) = -3$$

$$a_{13} = 1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$1(0-6+0) - (0+0+0) \\ = -6$$

$$a_{14} = -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$-1(0-3+0) - (0+0+0) \\ = -3$$

$$a_{21} = -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$-1(0+2+0) - (0+0+1) \\ -7(1) = -7$$

$$a_{22} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$1 \cdot (0-6+0) - (0+2-3) \\ 1 \cdot (-6+1) = -5$$

~~$$a_{23} = -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$~~

~~$$a_{24} = -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$~~

~~$$-7(0+0+0) - (0+0+0) = -2$$~~

~~$$-7(0+0+0) - (0+2+0) = 2$$~~

$$a_{29} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$a_{37} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

BERNARDO KOTLAR

$$1(0+0+0) - (0+1+0) = -1$$

$$1(0+1+1) - (0+0+0) = 2$$

$$a_{32} = -7 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$a_{33} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$-1(0-3+0) - (0+1+0) = 4$$

$$1(0+0+0) - (0+1-3) = 2$$

$$-7(-3-1) = 28$$

$$1(2) = 2$$

$$a_{34} = -7 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$a_{37} = -7 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$-7(1+0+0) - (0+0-3) = 14$$

$$-7(0+0+1) - (2+0+0) = -9$$

$$-7(1+3) = -28$$

$$-7(1-2) = 7$$

$$a_{42} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$a_{43} = -7 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$1(0+0+0) - (0+1+0) = -1$$

$$-1(2+0+0) - (0+0+0) = -2$$

$$1(-1) = -1$$

$$= -2$$

$$a_{44} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$1(1+0+0) - (0+0+0) = 1$$

$$= 7$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-6} \begin{vmatrix} -3 & -7 & 2 & 1 \\ -3 & -5 & 4 & -7 \\ -6 & 2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & -4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{3}{6} & \frac{5}{6} & \frac{4}{6} & \frac{7}{6} \\ \frac{6}{6} & \frac{-2}{6} & \frac{2}{6} & \frac{2}{6} \\ \frac{3}{6} & \frac{-1}{6} & \frac{4}{6} & \frac{1}{6} \end{vmatrix}$$

X

IME I PREZIME: BERNARDO KOČAR

BROJ INDEKSA:

PROVJERA

$$A \cdot A^{-1} = \begin{vmatrix} 7 & \frac{4}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{6} & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad ?$$

$1 \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{6}$	$1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$	$1 \cdot (-\frac{2}{6}) = -\frac{2}{6}$	$-\frac{2}{6}$
$0 \cdot \frac{3}{6} = 0$	$0 \cdot \frac{5}{6} = 0$	$0 \cdot (-\frac{4}{6}) = 0$	$\frac{2}{6}$
$1 \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{6}$	$1 \cdot (-\frac{2}{6}) = -\frac{2}{6}$	$1 \cdot (-\frac{2}{6}) = -\frac{2}{6}$	$-\frac{2}{6}$
$1 \cdot (-\frac{3}{6}) = -\frac{3}{6}$	$1 \cdot (-\frac{1}{6}) = -\frac{1}{6}$	$1 \cdot (\frac{4}{6}) = \frac{4}{6}$	$\frac{4}{6}$
$\frac{6}{6}$	$-\frac{2}{6}$	0	0

0	= 0	0	0	0
1	$\frac{3}{6}$	$\frac{5}{6}$	$-\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$
0	0	$\frac{1}{6}$	0	0
1	$-\frac{3}{6}$	0	0	0
	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$-\frac{1}{6}$
		$\frac{3}{6}$	0	0

AKO VAM NIJE ISPALO
 $A \cdot A^{-1} = I$ TADA STE
 SE TREBALI VRATITI
 NATRAG I PROVAĐI GREŠKU.

4. $x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad 0 \quad 4 \quad -2 = 0 \quad (1) \quad (-8) \quad (4) \quad (-7) \\ -7 \quad -1 \quad 1 \quad -2 \quad 3 = 7 \quad \leftarrow \\ 8 \quad -7 \quad 2 \quad 1 \quad -4 = 2 \quad \leftarrow \\ -4 \quad 2 \quad 0 \quad -2 \quad 4 = 0 \quad \leftarrow \\ 1 \quad -2 \quad -1 \quad -1 \quad 1 = 1 \quad \leftarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad 0 \quad 4 \quad -2 = 0 \\ 0 \quad -2 \quad 1 \quad 2 \quad 1 = 1 \\ 0 \quad 1 \quad 2 \quad -31 \quad 12 = 2 \\ 0 \quad -2 \quad 0 \quad 14 \quad -4 = 0 \\ 0 \quad -1 \quad -1 \quad -5 \quad 3 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad 0 \quad 4 \quad -2 = 0 \\ 0 \quad 1 \quad 2 \quad -31 \quad 12 = 2 \quad (2) \quad (2) \quad (1) \\ 0 \quad -2 \quad 1 \quad 2 \quad 1 = 1 \quad \leftarrow \\ 0 \quad -2 \quad 0 \quad 14 \quad -4 = 0 \quad \leftarrow \\ 0 \quad -1 \quad -1 \quad -5 \quad 3 = 1 \quad \leftarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad 0 \quad 4 \quad -2 = 0 \\ 0 \quad 1 \quad 2 \quad -31 \quad 12 = 2 \\ 0 \quad 0 \quad 5 \quad -60 \quad 25 = 5 \\ 0 \quad 0 \quad 4 \quad -48 \quad 20 = 4 \\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad -36 \quad 15 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad 0 \quad 4 \quad -2 = 0 \\ 0 \quad 1 \quad 2 \quad -31 \quad 12 = 2 \\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad -36 \quad 15 = 3 \quad (-6) \quad (-5) \\ 0 \quad 0 \quad 4 \quad -48 \quad 20 = 4 \quad \leftarrow \\ 0 \quad 0 \quad 5 \quad -60 \quad 25 = 5 \quad \leftarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \\ 1 \quad -1 \quad 0 \quad 4 \quad -2 = 0 \\ 0 \quad 1 \quad 2 \quad -31 \quad 12 = 2 \\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad -36 \quad 15 = 3 \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 96 \quad -40 = -8 \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 120 \quad -50 = -70 \end{array}$$

$$96x_4 - 40x_5 = -8 \quad | :8 \quad 12x_4 - 5x_5 = -1$$

$$120x_4 - 50x_5 = -70 \quad | :5 \quad 24x_4 - 10x_5 = -14 \quad | :2$$

$$0x_5 = -8$$

$$1) \quad 12x_4 - 5x_5 = -1$$

$$2) \quad 12x_4 - 5x_5 = -1$$

$$12x_4 = -1 + 5x_5$$

$$x_4 = \frac{-1 + 5x_5}{12}$$

$$12 \cdot \left(\frac{-1 + 5x_5}{12} \right) - 5x_5 = -1$$

$$-1 + 5x_5 - 5x_5 = -1$$

$$-1 = -1 \quad 0$$

Jednadžba nema rješenja

7.

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 70 \\ c &= 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-70 \pm \sqrt{4900 - 200}}{2} \\ &= \frac{-70 \pm \sqrt{4700}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 &= 0 \\ z_2 &= 70 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{0-3i}{70+i} \right) = \frac{3i}{70-i} \cdot \frac{70+i}{70+i} = \frac{30i + 3(i)^2}{(70-i)(70+i)}$$

$$= \frac{30i - 3}{700 + 70i - 70i - (i)^2} = \frac{30i - 3}{700 + 1} = \frac{30i - 3}{701} = -\frac{3}{701} + \frac{30i}{701}$$

VIDI HRASTIĆ-CAR

$$Re(z) = -\frac{3}{701}$$

$$Im(z) = \frac{30i}{701}$$

VAŽNO JE POZNAVATI ELEMENTARNE FUNKCIJE. GOTOVO JE NEMOGUĆE OVAJ KOLEGIJ POLOŽITI BEZ TOGA. NA OVOM KOLOKVIJU VAM JE TAMAN TOLIKO NEDOSTAJALO ZA PROLAZAK.

IME I PREZIME:

Jovan Fröhwrth

BROJ INDEKSA:

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaci pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

oxxo

11

Broj ↓
bodova

1. Ako su z_1 i z_2 rješenja jednadžbe $z^2 + 10z + 50 = 0$ izračunati vrijednost izraza $\left(\frac{z_1 - 3i}{z_2 + i}\right)$.

~~20~~

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

~~20~~

3. Za funkciju $f(x) = 2^x$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

~~11-20~~

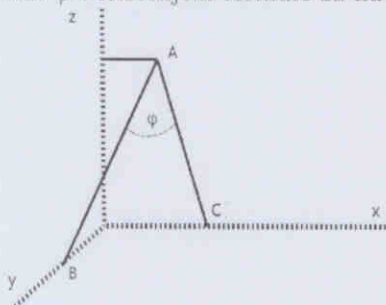
4. Gaussovom metodom riješiti sustav:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 &= 0 \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 2 \\ -4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \end{aligned}$$

~~20~~

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(2,2,4)$, $B(1,3,1)$ i $C(3,1,1)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

~~20~~



④

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 & -2 & 3 \\ 8 & -7 & 2 & 1 & -4 \\ -4 & 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & -2 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -2 & 3 \\ 8 & -7 & 2 & 1 & -4 \\ 0 & -4 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$-30 + 30$

$-7 + 16$

$-4 + 16$

$2 - 8 - 2 + 4$

$2 + 16$

$4 - 8$

(4.)

$x^2 + 10x + 50 = 0$

$$\left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & -2 & 0 & 1 & -2 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 1 & -2 & 3 & 1 & 1 \\ 8 & -7 & 2 & 1 & -4 & 2 & 2 \\ -4 & 2 & 0 & -2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{II} + \text{I} \\ \text{III} - 8\text{I} \\ \text{IV} + 4\text{I} \\ \text{V} - \text{I} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & -2 & 0 & 1 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 9 & 2 & -7 & 12 & 2 & 18 \\ 0 & -6 & 0 & 2 & -4 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \\ \\ \text{III} + 3\text{II} \\ \text{IV} - 2\text{II} \\ \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & -2 & 0 & 1 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & -10 & 15 & 5 & 15 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -6 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \\ \\ 5\text{IV} + 2\text{III} \\ 5\text{V} + \text{III} \end{array}$$

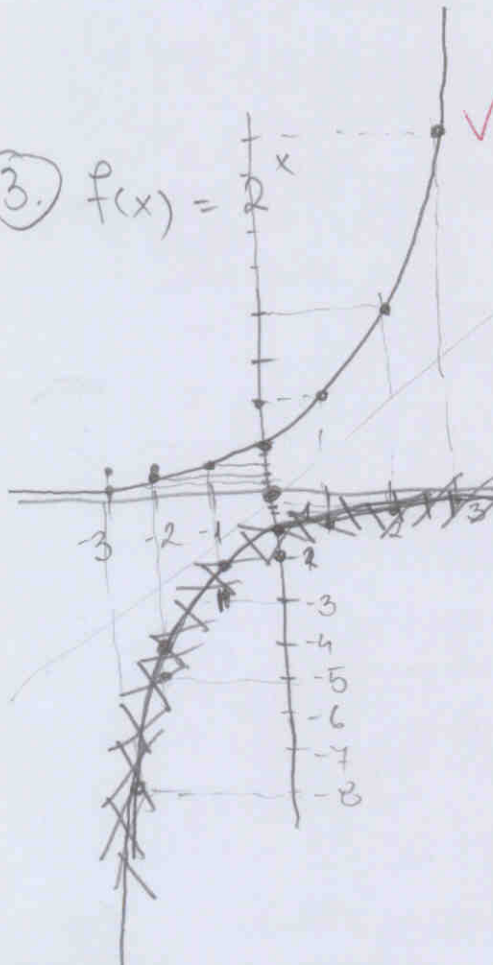
$$\left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & -2 & 0 & 1 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & -10 & 15 & 5 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & 30 & 10 & 20 \end{array} \right]$$

Bezbroj način broj rješenja!

KOJA SU TO?

(3.) $f(x) = 2^x$

$x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$



Nije periodična,
rastuća je,
inverz, surjektivna i
bijektivna

inverz!

$$\begin{aligned} 2^{-3} &= \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \\ 2^{-2} &= \frac{1}{4} & 2^2 &= 4 \\ 2^{-1} &= \frac{1}{2} \\ 2^0 &= 1 \\ 2^1 &= 2 \\ 0 &= 1 \end{aligned}$$

DOMENA? KODOMENA? OGRANIČENA?
INJEKCIJA? KOJA F-JA JE INVERZ?

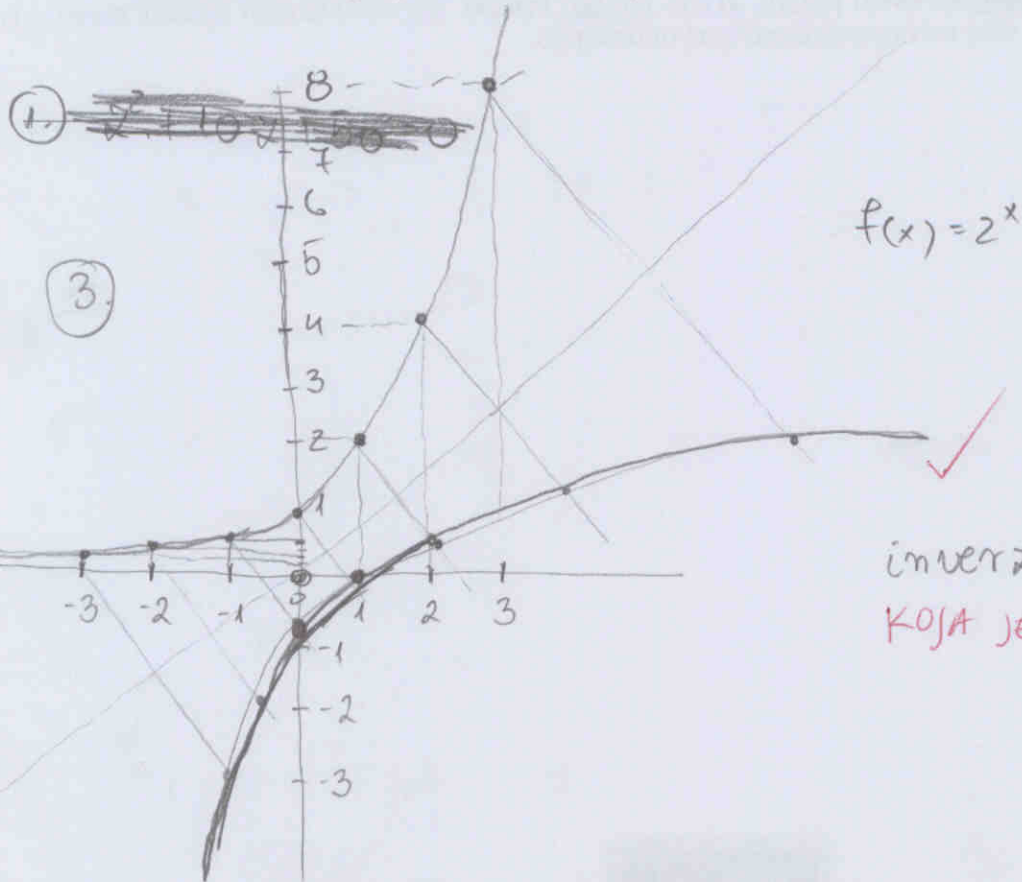
11

VIDI HRASTIĆ-CAR

IME I PREZIME:

Juan Frihwirzly

BROJ INDEKSA:



② $z^2 + 10z + 50 = 0$

$z_{1,2} = \underline{\hspace{2cm}} ?$

TRI ZADATKA STE JEDVA DOTAKLI,
A KAKO STE IH RIJEŠILI NA
MOODLE PROVJERAMA?

IME I PREZIME:

Joan Frühwirth

BROJ INDEKSA:

AA^{-1}

z.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

\sim

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

?



IME I PREZIME: DANIJEL TILOVACBROJ INDEKSA: 17-2-2003-2010

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posledicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

Broj ↓
bodova

1. Ako su z_1 i z_2 rješenja jednadžbe $z^2 + 10z + 50 = 0$ izračunati vrijednost izraza $\left(\frac{z_1 - 3i}{z_2 + i}\right)$.

20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

20

3. Za funkciju $f(x) = 2^x$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

20

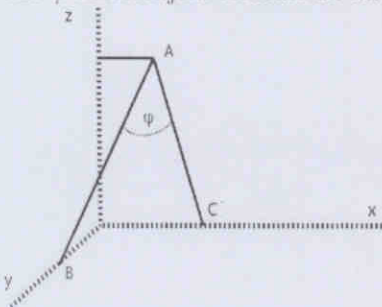
4. Gaussovom metodom riješiti sustav:

20

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 &= 0 \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 2 \\ -4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \end{aligned}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(2,2,4)$, $B(1,3,1)$ i $C(3,1,1)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

20



RIJEŠILI STE SVE PROUVJERE, A OVDJE
4 ZADATKA NISTE NITI POKUŠALI RIJEŠITI.

IME I PREZIME: DANIJEL TILOVAČ

BROJ INDEKSA:

$$A^{-1} = -6 \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 \\ -0 & 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \equiv A^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ?$$

PROVJERA:

$$A A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3/2 & 1/6 & -1/3 & -1/6 \\ 1/2 & 5/6 & -2/3 & 1/6 \\ 1 & -1/3 & -1/3 & 1/3 \\ -1/2 & 1/6 & 2/3 & -1/6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \neq I$$

IME I PREZIME: VANJA HRASTIĆ-CAO

BROJ INDEKSA:

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

oxxo

55

Broj ↓
bodova

1. Ako su z_1 i z_2 rješenja jednačbe $z^2 + 10z + 50 = 0$ izračunati vrijednost izraza $\left(\frac{z_1 - 3i}{z_2 + i} \right)$.

20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

20

3. Za funkciju $f(x) = 2^x$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija. ~~17~~ 20

4. Gaussovom metodom riješiti sustav:

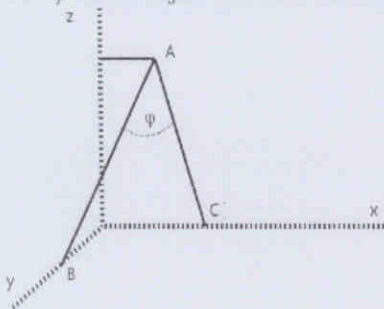
20

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 &= 0 \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 2 \\ -4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \end{aligned}$$

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(2,2,4)$, $B(1,3,1)$ i $C(3,1,1)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

20

18



IME I PREZIME: VANJA HRASTIĆ - CAR

BROJ INDEKSA: 17-1-0036-2010

$$1) \quad z^2 + 10z + 50 = 0$$

(1) (10) (50)

$$\boxed{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$$\frac{-10 \pm \sqrt{100 - 200}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{-10 \pm 10i}{2} = -5 \pm 5i$$

$$\boxed{\begin{matrix} z_1 = -5 + 5i \\ z_2 = -5 - 5i \end{matrix}} \quad \checkmark$$

$$\left(\frac{z_1 - 3i}{z_2 + i} \right) = \left(\frac{-5 + 5i - 3i}{-5 - 5i + i} \right) = \left(\frac{-5 + 2i}{-5 - 4i} \right) = \checkmark$$

$$= \left(\frac{-5 + 2i}{-5 - 4i} \cdot \frac{-5 + 4i}{-5 + 4i} \right) \cdot \left(\frac{25 - 20i - 10i - 8}{5^2 + 4^2} \right) = \left(\frac{17 - 30i}{41} \right) \checkmark$$

$2i \cdot 4i = 8i^2$
 $i^2 = -1$
 $8 \cdot (-1) = -8$

$$= \left(\frac{17 + 30i}{41} \right) = \frac{17}{41} + \frac{30}{41}i \quad \checkmark \quad \textcircled{20}$$

$25 + 16 = 41 \checkmark$

$$2) \quad A = \begin{bmatrix} +1 & 0 & +1 \\ -0 & 1 & 0 \\ +0 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \checkmark$$

$$= 1 \cdot \left(1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right) + 3 \cdot \left(-1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right)$$

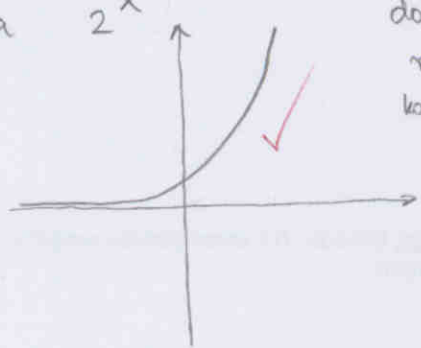
-2 ✓ -2 ✗ -3 ✓

$$= -2 - 2 - 3$$

$$D = \boxed{-7} \quad \times$$

VIDI KOTLAR

3) funkcija



domena \mathbb{R} , nije periodična, rastuća, injektivna, surjektivna, bijektivna, kodomena \mathbb{R}^+ , parna, inverz $\log_2 x$

ŠTO JE \mathbb{R}^+ ? DA LI UKLJUČUJE NULU?

17 VANJA HRASTIĆ - CAR

5) $A(2, 2, 4)$, $B(1, 3, 1)$, $C(3, 1, 1)$

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = [-1, 1, -3]$$

$$\cos \angle = \frac{v_1 \cdot v_2}{\|v_1\| \|v_2\|}$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = [1, -1, -3]$$

$$\cos \angle = \frac{7}{3,31 \cdot 3,31}$$

$$v_1 \cdot v_2 = [-1, 1, -3] \cdot [1, -1, -3] = 7$$

$$\cos \angle = 0,63$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$\angle = 0,80$ 10% GREŠKA
 $\angle \approx 0,88$

$$\|v_1\| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-3)^2} = 3,31$$

$$\|v_2\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = 3,31$$

4)

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -2 & 3 & 1 \\ 8 & -7 & 2 & 1 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & 0 & -2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_2 + 1R_1 \\ R_3 - 8R_1 \\ R_4 + 4R_1 \\ R_5 - 1R_1 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -7 & 12 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 3 & 1 \end{array} \right] \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot R_2$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 2 & -7 & 12 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 3 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 + 1R_2 \\ R_3 - 1R_2 \\ R_4 + 2R_2 \\ R_5 + 1R_2 \end{array}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{15}{2} & \frac{23}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} \end{array} \right] \cdot \frac{2}{5} \cdot R_3$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -3 & \frac{23}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 + \frac{1}{2}R_3 \\ R_2 + \frac{1}{2}R_3 \\ R_4 + 1R_3 \\ R_5 + \frac{3}{2}R_3 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{14}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -3 & \frac{23}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{5} & \frac{8}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -6 & \frac{52}{5} & \frac{12}{5} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{14}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -3 & \frac{23}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -6 & \frac{52}{5} & \frac{12}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{5} & \frac{8}{5} \end{array} \right] \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot R_4$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{14}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -3 & \frac{23}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{26}{15} & -\frac{2}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{5} & \frac{8}{5} \end{array} \right] \begin{array}{l} R_2 + 1R_4 \\ R_3 + 3R_4 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{16}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{5} & \frac{27}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{26}{15} & -\frac{2}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{5} & \frac{8}{5} \end{array} \right] \cdot \left(\frac{5}{8}\right) \cdot R_4$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{16}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{5} & \frac{27}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{26}{15} & -\frac{2}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 + \frac{4}{5}R_5 \\ R_2 - \frac{16}{5}R_5 \\ R_3 + \frac{27}{5}R_5 \\ R_4 + \frac{26}{15}R_5 \end{array}$$

VANJA HRASTIĆ - CAR

IME I PREZIME: MANJA HRASTIĆ - ČAR

BROJ INDEKSA:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{14}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{14}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

PROVJERA:

$$x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 = 0$$

$$0 + \frac{14}{5} + \frac{4}{3} - 2 \neq 0$$

VAŽNO JE NAPRAVITI
PROVJERU!

PREPORUKA: U DRUGOM
KORAKU UMJESTO MNOŽENJA
SA $(-\frac{1}{2})$ I UVODENJA
RAZLOMAKA, MANJA BI
MOGUĆNOST GREŠKE NASTALA
DA STE NA PIVOT DONIJELI
JEDINICU ZAMJENOM DRUGOG
I TREĆEG RETKA.

IME I PREZIME: **FRANE ĐUNAT**BROJ INDEKSA: **17-2-0020-2010**

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

0000

53

Broj ↓
bodova

1. Ako su z_1 i z_2 rješenja jednadžbe $z^2 + 10z + 50 = 0$ izračunati vrijednost izraza $\left(\frac{z_1 - 3i}{z_2 + i}\right)$.

20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

20

3. Za funkciju $f(x) = 2^x$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

20

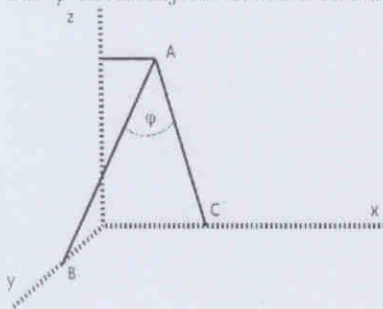
4. Gaussovom metodom riješiti sustav:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 &= 0 \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 2 \\ -4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \end{aligned}$$

20

5. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Točke su $A(2,2,4)$, $B(1,3,1)$ i $C(3,1,1)$. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

20



U PROYJERAMA STE RIJEŠILI
PETI ZADATAK, A OVDJE NISTE?

PRANE DVNAT

2. UMNOŽAK AA^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} & -\frac{1}{6} \\ \frac{3}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{4}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{6}{6} & \frac{6}{6} & \frac{6}{6} & \frac{2}{6} \\ -\frac{3}{6} & \frac{1}{6} & \frac{4}{6} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

PROVJERA:

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



IZVRSNO!

20

$$\frac{3}{6} + 0 + \frac{6}{6} - \frac{3}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{3}{6} - \frac{3}{6} = 0$$

$$\frac{6}{6} - \frac{6}{6} = 0$$

$$-\frac{9}{6} + \frac{3}{6} + \frac{6}{6} = 0$$

$$\frac{3}{6} - \frac{3}{6} = 0$$

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

$$-\frac{4}{6} + \frac{4}{6} = 0$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{6} = 0$$

$$\frac{6}{6} - \frac{6}{6} = 0$$

$$-\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = 0$$

$$-\frac{2}{6} + \frac{8}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{2}{6} - \frac{2}{6} = 0$$

$$-\frac{9}{6} + \frac{3}{6} + \frac{6}{6} = 0$$

$$-\frac{3}{6} + \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = 0$$

$$\frac{6}{6} - \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = 0$$

$$\frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

2. DETERMINANTA

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \left(\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \right)$$

$$= 1 \left(1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \right) - 2 \left(1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} \right) = 1 \left(1 \cdot (-3) - 1 \cdot (-1) \right) - 2 \left(1 \cdot (-3) \right) =$$

$$= 1 \left(-2 \right) - 2 \left(-3 \right) = -2 + 6 = 4 // \checkmark$$

INVERZ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot (-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot (-1) \cdot (-4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & 3 & -1 & -4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{4}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{4}{6} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & -\frac{2}{6} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{4}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

IME I PREZIME: FRANE DUNAT

BROJ INDEKSA: 17-2-0020-2010

$$(1.) z^2 + 10z + 50 = 0$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 200}}{2}$$

$$z = \frac{-10 \pm \sqrt{-100}}{2}$$

$$z = \frac{-10 \pm 10i}{2}$$

$$z_1 = \frac{-10 - 10i}{2} = \frac{2(-5 - 5i)}{2} = -5 - 5i$$

$$z_2 = \frac{-10 + 10i}{2} = \frac{2(-5 + 5i)}{2} = -5 + 5i$$

$$\overline{\left(\frac{z_1 - 3i}{z_2 + i}\right)} = \overline{\left(\frac{-5 - 5i - 3i}{-5 + 5i + i}\right)} = \overline{\left(\frac{-5 - 8i}{-5 + 6i} \cdot \frac{-5 - 6i}{-5 - 6i}\right)} = \overline{\left(\frac{25 + 40i + 30i - 48}{25 + 36}\right)} = \overline{\left(\frac{70i - 23}{61}\right)} =$$

$$= \left(\frac{70i}{61} - \frac{23}{61}\right) = -\frac{70}{61}i - \frac{23}{61} \quad \checkmark$$

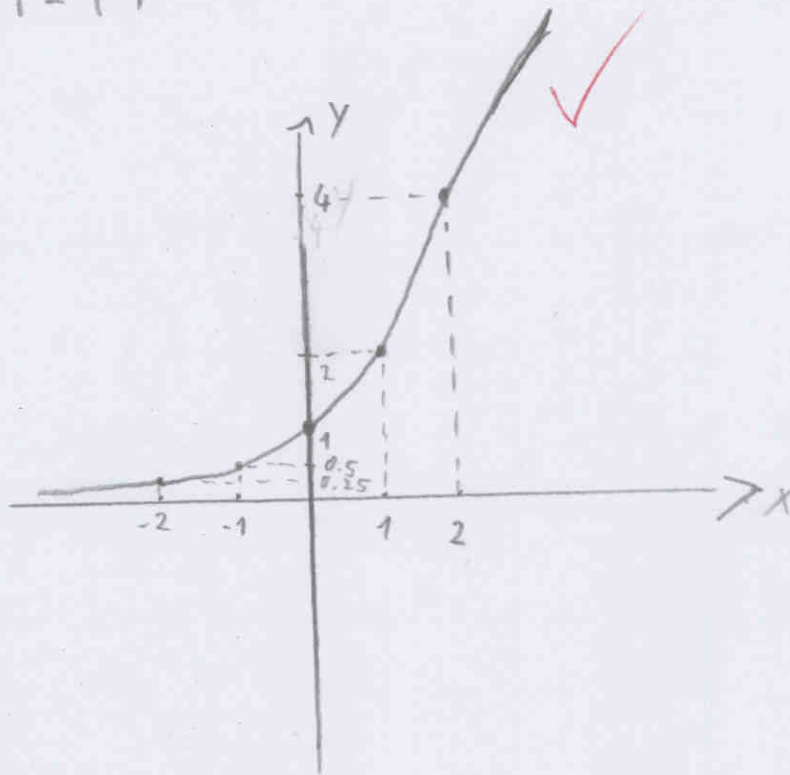
20

IME I PREZIME: FRANE ĐUVAT

BROJ INDEKSA: 17-2-0020-2010

③ $f(x) = 2^x$

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	0.25	0.5	1	2	4



DOMENA - $x \in \langle -\infty, +\infty \rangle$, $\mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$ ✓

KODOMENA - $x \in \langle 0, +\infty \rangle$ ✓

PERIODIČNOST - $\langle -\infty, 0 \rangle$ ✗

NEPARNOST - $\langle -\infty, 0 \rangle$ ✗

OGRAĐENOST - $\langle 0, +\infty \rangle$?

FUNKCIJA JE RASTUĆA!! ✓

FUNKCIJA JE BIVERKCIJA ✓

INVERZ JE OD $\langle -\infty, +\infty \rangle$ ✗

13

OVO JE VAŽNO ZNATI!
VIDI NAPOMENU ZA
ZADATAK 3. KOD
KNEŽEVIĆ NIKOLA.

FRANE DUNAT (4.)

$$x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 = 0$$

$$-x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1$$

$$8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 2$$

$$-4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 = 0$$

$$x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -2 & 3 & 1 \\ 8 & -7 & 2 & 1 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & 0 & -2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot 1 \\ \cdot (-8) \\ \cdot 4 \\ \cdot (-1) \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -7 & 12 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -7 & 12 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot 1 \\ \cdot 2 \\ \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -6 & 10 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -7 & 12 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & -15 & 25 & 15 \\ 0 & 0 & 4 & -12 & 20 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 15 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot \frac{1}{5} \\ \cdot \frac{1}{4} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -6 & 10 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -7 & 12 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 15 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-2) \\ \cdot (-1) \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 10 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 10 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-\frac{1}{2}) \\ \cdot (-\frac{1}{2}) \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot 3 \\ \cdot 1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -10 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3x_5 + 1$$

$$x_3 = 10x_5 + 2$$

$$x_4 = 5x_5 - 1 \quad \times$$

$$x_5 = 0$$

PARAMETARSKI ZAPIS
BESKONAČNO RJEŠENJA?
PROVJERA?

