OBAVEZNO ODMAH POPUNITI! DATUM: VRIJEME: OD DO

IME I PREZIME: IVAN GRŽAN BROJ INDEKSA: 57648

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA. xxxo ∅

Broj ↓ bodova

1. Riješiti jednadžbu: $(1+i)z^2 - 4z + 5 = 0$. 20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak $A\,A^{-1}$. 20

3. Za funkciju treći korijen $f(x) = \sqrt[3]{x}$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija. 20

4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav: 20

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

5. Odrediti volumen paralelepipeda određenog vektorima $v_1 = (8, -1, 2)$, $v_2 = (-1, -1, -1)$ i $v_3 = (3, -5, 2)$. 20

2

$$A \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 2 \cdot (0 + 0 + 0) - (0 + 0 + 0) = \underline{\underline{2}}$$

IVAN GRZAN

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 2\cdot\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 2\cdot 1\cdot\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 2\cdot 0 = 0$$

4.
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot -1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ \\ \\ \end{matrix}$$

OBAVEZNO ODMAH POPUNITI! DATUM: 16.12.2010 VRIJEME: OD DO

IME I PREZIME: COURE BATUR BROJ INDEKSA:

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA. xxxo

∅

Broj ↓ bodova

1. Riješiti jednadžbu: $(1+i)z^2 - 4z + 5 = 0$. 20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak $A\,A^{-1}$. 20

3. Za funkciju treći korijen $f(x) = \sqrt[3]{x}$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija. 20

4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav: 20

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

5. Odrediti volumen paralelepipeda određenog vektorima $v_1 = (8,-1,2)$, $v_2 = (-1,-1,-1)$ i $v_3 = (3,-5,2)$. 20

IME I PREZIME: Lovre Botur BROJ INDEKSA:

1. $(1+i)z^2-4z+5=0$

2. $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3.

4. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

OBAVEZNO ODMAH POPUNITI! DATUM: VRIJEME: OD DO

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA. xxxo

25

Broj ↓ bodova

1. Riješiti jednadžbu: $(1+i)z^2 - 4z + 5 = 0$. ~~20~~

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

5

Izračunati matrični umnožak AA^{-1}. ~~20~~

3. Za funkciju treći korijen $f(x) = \sqrt[3]{x}$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija. 20

4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav: 20

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

5. Odrediti volumen paralelepipeda određenog vektorima $v_1 = (8, -1, 2)$, $v_2 = (-1, -1, -1)$ i $v_3 = (3, -5, 2)$. ~~20~~

5. $V = (v_1 \cdot v_2) \cdot v_3 = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix}$

$$\left|\begin{matrix} 8 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & -5 \\ 2 & -1 & 2 \end{matrix}\ \middle|\ \begin{matrix} 8 & -1 \\ -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{matrix}\right| = 8\cdot(-1)\cdot 2 + 1\cdot(-5)\cdot 2 + 3\cdot(-1)\cdot(-1) - \left[2\cdot(-1)\cdot 3 + (-1)\cdot(-5)\cdot 8 + 2\cdot(-1)\cdot(-1)\right]$$

$= -16 - 10 + 3 - (-6 + 40 + 2)$

$= -23 - 36$

$= -59$

VIDI TABULA, PRIBIL

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1\cdot(-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1\cdot(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(0-1) = 1 \quad ✓ \quad \underline{5}$$

$$A_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{14} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1\cdot(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(0-1) = 1$$

$$A_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1\cdot(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1\cdot(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(0-1) = 1$$

$$A_{24} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1\cdot(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1$$

$A_{31} = 0$

$A_{32} = 1$

$A_{33} = -1$

$A_{34} = -0$

$A_{41} = 1$

$A_{42} = -1$

$A_{43} = 2$

$A_{44} = -1$

$$\tilde{A}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -0 & -1 \end{bmatrix} \quad \times$$

$2-1+2-1=2$

×

$$A\cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \times$$

Ime i prezime: STIPE ŠPANJA **Broj indeksa:** 17-2-0012-2010

1. $(1+i)z^2+4z+5=0 \qquad z^2=t=x+iy \qquad x,y\in\mathbb{R}$

$(1+i)t+4z+5=0$

$(1+i)t=-4z-5 \;/:(1+i)$

$t=\frac{-4z-5}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$

$t=\frac{-4z+4zi-5+5i}{1+1}$

$t=\frac{-4z-5+i(4z+5)}{2}$

$z=t=x+iy$

$(1+i)(x+iy)^2+4(x+iy)+5=0$

$(1+i)(x^2+2xiy-y^2)+4x+4iy+5=0$

$\underline{x^2}+2xiy-y^2+x^2i-\underline{2xy}-y^2i+\underline{4x}+4iy=-5$

$x^2-y^2-2xy+4x=-5$

$2xy+x^2-y^2+4y=0$

$(1+i)t^2+4t+5=0$

$t^2+t^2i+4t=-5$

$t^2(1+i)+4t=-5$

ZADANA JE KVADRATNA JEDNADŽBA.

TREBALO JE UVRSTITI U FORMULU ZA KORIJENE KVADRATNE JEDNADŽBE

$z_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$b=4 \quad c=5$

$a=1+i$

4. $\left[\begin{array}{cccc|c} 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&0&2 \\ 1&1&0&0&1 \\ 1&0&0&0&2 \end{array}\right] \cdot(-1) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1&1&1&1&1 \\ 0&0&0&-1&1 \\ 0&0&-1&-1&0 \\ 0&-1&-1&-1&1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1&1&1&1&1 \\ 0&-1&-1&-1&1 \\ 0&0&-1&-1&0 \\ 0&0&0&-1&1 \end{array}\right]$

STIPE ŠPANIA

$-d = 1$
$\underline{d = -1}$

$-c-d=0 \,/\cdot(-1)$
$c+d=0$
$c-1=0$
$\underline{\underline{c=1}}$

$-b-c-d=1 \,/\cdot(-1)$
$b+c+d=-1$
$b+\cancel{1}-\cancel{1}=-1$
$\underline{\underline{b=-1}}$

$a+b+c+d=1$
$a-\cancel{1}+\cancel{1}-1=1$
$\underline{\underline{a=2}}$

Skup rješenja $(2,-1,1,-1)$ $\underline{20}$

STIPE ŠPANIA 17-2-0012-2010

PROVJERA!

$\begin{bmatrix} 1&1&1&1 \\ 1&1&1&0 \\ 1&1&0&0 \\ 1&0&0&0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ✓

VAŽNO JE POZNAVATI ELEMENTARNE FUNKCIJE. BEZ TOGA ĆETE TEŠKO DO USPJEHA IZ OVOG PREDMETA. ŠTETA ŠTO OVDJE NISTE RIJEŠILI 3. ZADATAK. VIDI TABULA.

ŠTRE ŠVANA

ZADATKE RIJEŠAVATE <u>JEDNOSTRANO</u> NA OVOM PAPIRU, ALI NA <u>DRUGOJ</u> STRANI. NA OVOJ STRANI MOŽETE PISATI, ALI SVE ŠTO OVDJE NAPIŠETE NEĆE VAM BITI PREGLEDANO NITI OCIJENJENO.

$2\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}-1&3\\-1&5\end{vmatrix}+1\cdot(-1)^5\begin{vmatrix}8&3\\-1&-5\end{vmatrix}$

$+2\cdot(-1)^6\begin{vmatrix}8&-1\\-1&-1\end{vmatrix}$

$=2(-5+3)+(-40+3)$

$+2(-8-1)$

$=-4-37-18$

$=$

$(-1)^4\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1&0\\0&0&0\end{vmatrix}=0$

$(-1)^5\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}=-(0-1)=1$

$(-1)^6\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}=0-1=-1$

$(-1)^7\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&1\\1&0&0\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&1\end{vmatrix}=-(1-1)=0$

$(-1)^5\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}=-(0-1)=1$

$(-1)^6\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}=0-1=-1$

$(-1)^8\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&1\\1&1&0\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&1\end{vmatrix}+1\cdot(-1)^5\begin{vmatrix}2&1\\1&1\end{vmatrix}$

$=(1-1)-(2-1)$

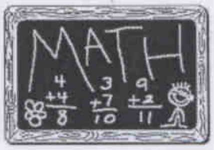
$=0-1$

$=-1$

$(-1)^7\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&0\\1&1&0\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}+1\cdot(-1)^5\begin{vmatrix}2&1\\1&0\end{vmatrix}$

$=-(0-1)-(0-1)$

$=1+1=2$



$(-1)^8\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&1\\1&1&0\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&1\end{vmatrix}+1\cdot(-1)^5\begin{vmatrix}2&1\\1&1\end{vmatrix}=(1-1)-(2-1)=0-1$

$=-1$

$-b-1-(-1)=1$

$-b-1+1=1$

$-b=1$

$b=-1$

$(-1)^7\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&0\\1&1&0\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}+1\cdot(-1)^5\begin{vmatrix}2&1\\1&0\end{vmatrix}=-(0-1)-(0-1)$

$=1+1=2$

$0-$

$(-1)^4\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1&0\\0&0&0\end{vmatrix}$

$(-1)^5\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}=-(0-1)=1$

$(-1)^6\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}=0-1=-1$

$(-1)^7\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&1\\1&0&0\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&1\end{vmatrix}=-(1-1)=-0$

$(-1)^5\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}=-1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}=-(0-1)=1$

$(-1)^6\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^4\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix}=0-1=-1$

Obavezno odmah popuniti! Datum: 16.12.2010 Vrijeme: od 18,00 h do

Ime i prezime: FRANE TABULA Broj indeksa: 17-1-0024-2010

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA. xxxo

39

Broj ↓ bodova

1. Riješiti jednadžbu: $(1+i)z^2 - 4z + 5 = 0$. 0 ~~20~~

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$ 5

Izračunati matrični umnožak $A\,A^{-1}$. ~~20~~

3. Za funkciju treći korijen $f(x) = \sqrt[3]{x}$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija. 16 ~~20~~

4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav: 0 ~~20~~

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

5. Odrediti volumen paralelepipeda određenog vektorima $v_1 = (8,-1,2)$, $v_2 = (-1,-1,-1)$ i $v_3 = (3,-5,2)$. ~~20~~ 18

2.

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 \checkmark$$ 5

$$a_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$a_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$a_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$a_{14} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$a_{21} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$a_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 = 0$$

$$a_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$a_{24} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$a_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$a_{32} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$a_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$a_{34} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 = 0$$

$$a_{41} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$a_{42} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$a_{43} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$a_{44} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1$$

IME I PREZIME: FRANE TABULA   BROJ INDEKSA:

(2)

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A_k^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \times$$

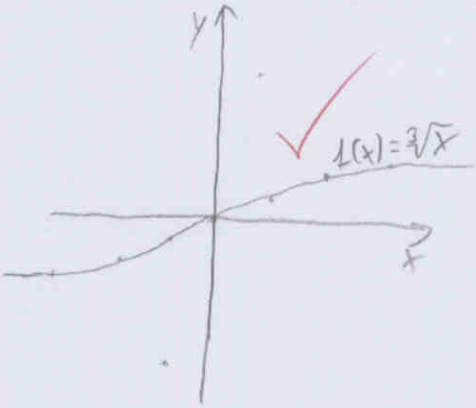
$A A^{-1} = I$, OAKLE $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \neq A^{-1}$

PROVJERA:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 & -4 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \neq I$$

(3) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

f(x)	x
-2,7	-20
-2,15	-10
-1,7	-5
0	0
1,7	5
2,15	10
2,7	20



1) $D(f) = \langle -\infty, +\infty \rangle$
2) $K(f) = \langle -\infty, +\infty \rangle$
3) NIJE PERIODIČNA
4) -11- OGRANIČENA
5) RASTUĆA
6) FUNKCIJA JE SURJEKCIJA INJEKCIJA I BIJEKCIJA
7) POSTOJI INVERZ

KOJI ?

8) NI PARNA
NI NEPARNA ×

16

IME I PREZIME: FRANE TABULA BROJ INDEKSA:

1

$$(1+i)z^2-4z+5=0$$

4

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

VIDI ŠPANJA

IME I PREZIME: FRANE TABULA BROJ INDEKSA:

5 $v_1 = (8, -1, 2),\ v_2 = (-1, -1, -1),\ v_3 = (3, -5, 2)$

$$\begin{vmatrix} \overset{+}{8} & \overset{-}{-1} & \overset{+}{2} \\ -1 & -1 & -1 \\ 3 & -5 & 2 \end{vmatrix} = 8\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} =$$

$$= 8\cdot(-7) + 1\cdot 1 + 2\cdot 8 = -56 + 1 + 16 = \boxed{-39}$$

PROVJERA

8		-1
-1	$\times$	-1
2		-1
8		-1
-1		-1

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 9 \\ -30 \\ -18 \end{matrix} = \boxed{-39}$$

VOLUMEN $\boxed{V = -39}$ ✓ $\cancel{20}$

$V = |-39| = 39$ 18

OBAVEZNO ODMAH POPUNITI! DATUM: 16.12.2010 VRIJEME: OD DO

IME I PREZIME: PRIBIL ANTONIO BROJ INDEKSA:

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA. xxxo

20

Broj ↓ bodova

1. Riješiti jednadžbu: $(1+i)z^2 - 4z + 5 = 0$. 20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak $A\,A^{-1}$. ~~20~~

3. Za funkciju treći korijen $f(x) = \sqrt[3]{x}$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija. ~~20~~

4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav: ~~20~~

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

5. Odrediti volumen paralelepipeda određenog vektorima $v_1 = (8,-1,2)$, $v_2 = (-1,-1,-1)$ i $v_3 = (3,-5,2)$. 20

IME I PREZIME: ANTONIO PRIBIL BROJ INDEKSA: 57666

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \cdot (-1)$$

$$= \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] R_3 \times R_2 \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

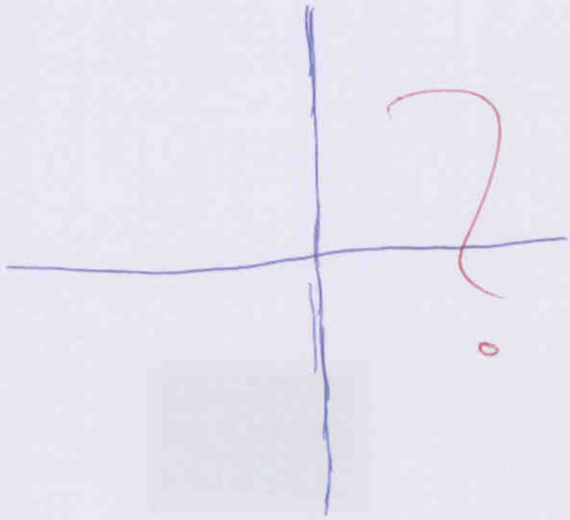
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

?

VIDI ŠPANJA

IME I PREZIME: ANTONIO PRIBIL BROJ INDEKSA: 57666

$\sqrt[3]{x}$ $\Rightarrow$ NEPARNA FUNKCIJA
RASTUĆA JE
BIJEKCIJA Ē
DOMENA JOJ E OD $[-3, 3]$



VAŽNO JE POZNAVATI OSNOVNE ELEMENTARNE FUNKCIJE. BEZ TOGA TEŠKO MOŽETE OČEKIVATI USPJEH IZ OVOG PREDMETA. VIDI TABULA.

16.12.2010

IME I PREZIME: ANTONIO PRIBIL BROJ INDEKSA: 57666

$V_1 = (8, -1, 2)$

$V_2 = (-1, -1, -1)$

$V_3 = (3, -5, 2)$

$V = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$

$V_3 = (3-0)\vec{i} + (-5-0)\vec{j} + 2k = 3i - 5j + 2\vec{k}$

$V_2 = (-1-0)\vec{i} + (-1-0)\vec{j} + (-1-0)\vec{k} = -1\vec{i} - 1\vec{j} - \vec{k}$

$V_1 = (8-0)\vec{i} + (-1-0)\vec{j} + (2-0)\vec{k} = 8i - 1j + 2k$

$V = \vec{a} \times \vec{b}$

$3 + 10 - 17 = -37\ ?$

$$\begin{vmatrix} 8 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 3 & -5 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 8 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix} = -16 + 10 + 3 - (-6 + 40 + 2)$$

$= -3 - 36$

$= -39$

$V = |39| = 39$

20

IME I PREZIME: ANTONIO PRIBIL   BROJ INDEKSA: 57666

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det A = -1\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 0\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} - 0\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} + 0\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -2 + 1 - 20 + 1$$

DETERMINANTA SE OZNAČAVA RAVNIM, A MATRICA UGLATIM ILI OBLIM ZAGRADAMA

$$\det A = -2$$

$$A^{-1} = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left|\begin{array}{cccc|cccc} \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right| R_4 \leftrightarrow R_1$$

$$\left|\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right| /\cdot(-1) = \left|\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right| * \left|\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right|$$

KOD RAČUNANJA INVERZA MATRICE TREBALO BI KORISTITI SAMO ELEMENTARNE OPERACIJE NAD RETCIMA PROŠIRENE MATRICE

$A^{-1} = ?$

1 - 1

0 + 1 + 0 - 1 + 0 + 0

3

2 - 1 + 2

1