

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljevanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

0xxx

28

IME I PREZIME: LUKICA BARAĆ

BROJ INDEKSA: 57713

Broj bodova

1. Odrediti (ako postoji) inverz matrice:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

20

2. Riješiti jednačinu: $z^3 - \frac{(1-i)^3}{i^{333}} = 0$.

20

3. Ispitati tok funkcije: $g(x) = \frac{x^2 \ln x}{2}$.

40

4. Ispitati domenu, asimptote i prvu derivaciju i ekstreme funkcije: $f(x) = x + \sqrt{x^2 - x}$.

20

2. $z^3 - \frac{(1-i)^3}{i^{333}} = 0$

$i^{333} = i^{332} \cdot i = 1 \cdot i = i$

$z^3 - \frac{(1-i)^3}{i} = 0 \quad | \cdot i$

$z^3 \cdot i - (1-i)^3 = 0 \quad | \cdot i$

$z^3 \cdot i^2 - (1-i)^3 \cdot i = 0$

$z^3 \cdot (-1) - (1-i)^3 \cdot i = 0$

$z^3 \cdot (-1) = 1-i$

$z^3 = \frac{1-i}{-1}$

$z^3 = \frac{1-i}{-1}$

TREBALO JE
PODIJELITI:
 $\frac{1-i}{i}$

$z_1 = 1-i$
 $r = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$
 $\varphi = \arctan\left(\frac{-1}{1}\right) = -45^\circ = -\frac{\pi}{4}$

$z_2 = i$
 $r = 1$
 $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$z^3 = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{1}} \left[\cos\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \right]$
 $= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{7\pi - 2\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right]$
 $= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right]$
 $k=0 = \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{2k\pi + 5\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right]$

$z_1 = \sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) \right]$
 $z_2 = 1 \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right]$
 $k=1 \rightarrow z = \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{13\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{13\pi}{4}\right) \right]$
 $k=2 \rightarrow z = \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{20\pi}{4}\right) + i \sin\left(20\pi\right) \right]$
 $z = \sqrt[4]{2} \left[\cos 20\pi + i \sin 20\pi \right]$

5

VIDI MARINO PRENDEŽA

3. $g(x) = \frac{x^2 \ln x}{2} =$

a) domena

$2 \neq 0$

$x \geq 0$

$x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) nul tačke

$f(x) = 0$

$\frac{x^2 \ln x}{2} = 0 / \cdot 2$

$x^2 \ln x = 0$

$x = e^0$

$x = 1$

c) vertikalna asimptota

$\frac{2=0}{x=2}$



$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 \ln x}{2} = 12.77$ v.a. je sa "desne" strane

$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 \ln x}{2} =$ v.a. je sa "lijeve" strane

$x=0$ JE NULTOČKA.

d) horiz.

$\lim_{x \rightarrow \infty}$

$\frac{x^2 \ln x}{2} = \frac{\ln x}{\frac{1}{x^2}} = \frac{(x^2)' \ln x + x^2 \cdot (\ln x)'}{2} = \frac{2x \cdot \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x}}{2} = \frac{2x \ln x + x}{2}$

NIJE NEODREĐENI OBLIK, STOGA SE NE SMIJE PRIMJENITI L'HOPITALOVO PRAVILO

$= +\infty$

domena horizontalne

e) koef

$y = \lim_{x \rightarrow \infty}$

$\frac{\frac{x^2 \ln x}{2}}{\frac{x}{1}} = \frac{x^2 \ln x}{2x} \cdot 1$

$= \frac{(x^2)' \cdot \ln x + x^2 \cdot (\ln x)'}{2} = \frac{2x \cdot \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x}}{2} = \frac{2x \ln x + x}{2}$

$= \frac{2x \ln x + \frac{x^2}{x}}{2} = \frac{2x \ln x + x}{2}$

f) ekstremi

$f' = \left(\frac{x^2 \ln x}{2} \right)' = \frac{(x^2 \ln x)' \cdot 2 + 2^1 \cdot x^2 \ln x}{4} = \frac{[2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x}] \cdot 2 + 0}{4} =$

$= \frac{2x \ln x + x}{4} \stackrel{\checkmark}{=} 0 / \cdot 4$

$2x \ln x + x = 0$

$2x \ln x = -x$

IME I PREZIME:

YUBICA BARAC

BROJ INDEKSA:

57713

3. $2x \ln x = -x \quad | : 2x$

$\ln x = \frac{-x}{2x}$

$\ln x = -\frac{1}{2}$

$x = e^{-\frac{1}{2}}$ ✓

$x = 1.35$

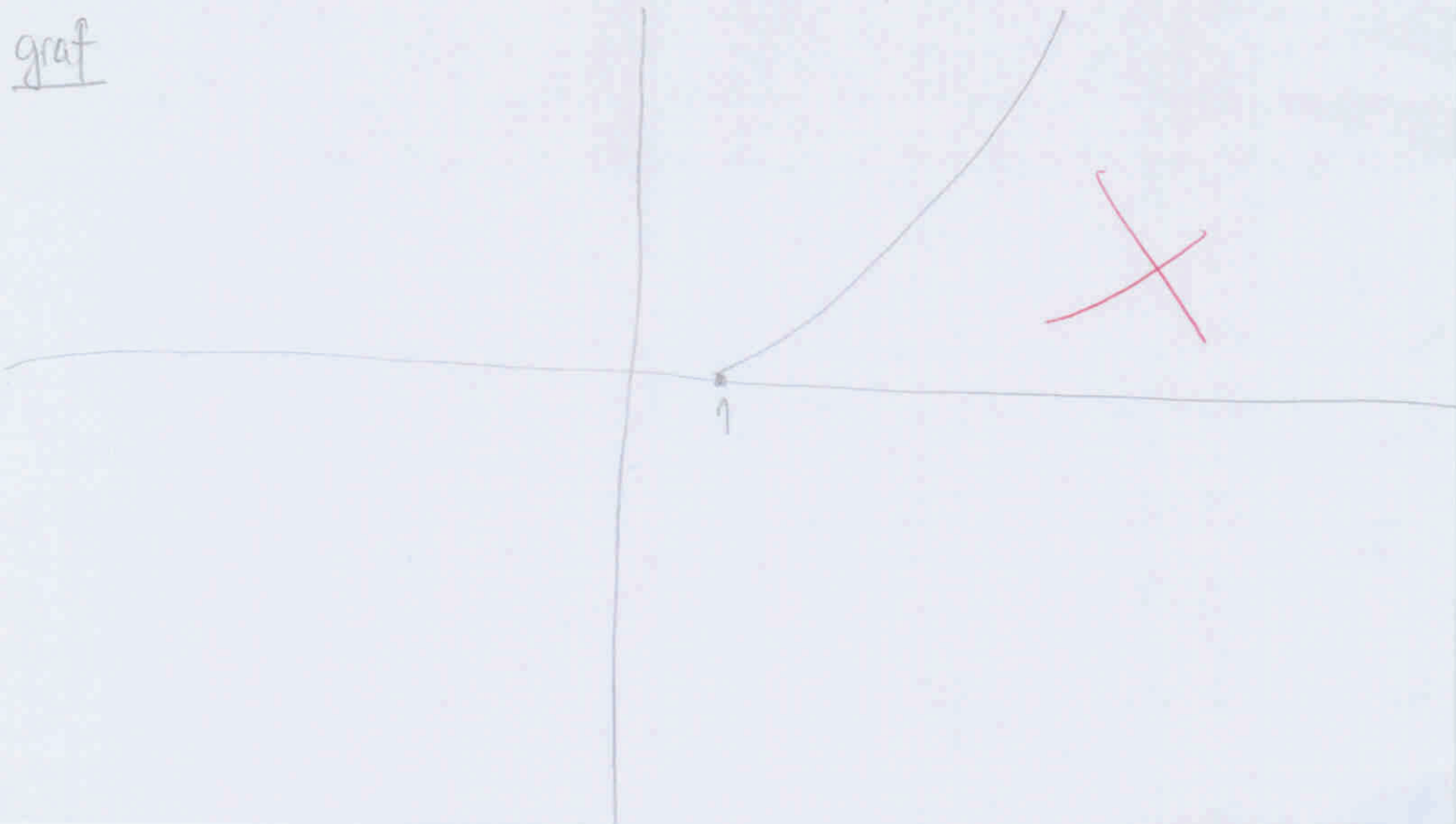
10

tablica mon.

Niž.	V.A.	Ex 7.
1	2	1.35
$-\infty$	(-10)	1
	(1.2)	1.35
	(1.9)	2
	(10)	$+\infty$

f'	-	+	+	+
f		\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow

graf



4. $f(x) = x + \sqrt{x^2 - x}$

a) domena

$$x^2 - x \geq 0$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$x=0$ $x=1$



$$x \in (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$$



b) asimptote

1) VERTIKALNE → nema je, jer nema nazivnika

2) HORIZONTALNE

NJE DOBAR ARGUMENT PROTUPRIMER $f(x) = \ln(x)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \sqrt{x^2 - x} \right) \cdot \frac{x - \sqrt{x^2 - x}}{x - \sqrt{x^2 - x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (\sqrt{x^2 - x})^2}{x - \sqrt{x^2 - x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 + x}{x - \sqrt{x^2 - x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x - \sqrt{x^2 - x}}$$

$$= \frac{1}{1 - 1} = \frac{1}{0} = +\infty$$

3) kosu

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 - x}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x}{x} + \sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2}}}{\frac{x}{x}} = \frac{1+1}{1} = \frac{2}{1} = 2 \quad (k=2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x + \sqrt{x^2 - x} - 2x = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - x} - x = \frac{\sqrt{x^2 - x} + x}{\sqrt{x^2 - x} + x} = \frac{(\sqrt{x^2 - x})^2 - x^2}{\sqrt{x^2 - x} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - x^2}{\sqrt{x^2 - x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 - x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x \left(\sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2}} + 1 \right)} = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

DESNA KOSA ASIMPTOTA ✓

A LIJEVA?

$$y = kx + e$$

$$\boxed{y = 2x - \frac{1}{2}} \quad \begin{array}{c|c} 0 & -\frac{1}{2} \\ \hline 1 & \frac{1}{2} \end{array}$$

4. $f(x)'$?

$$f = x + \sqrt{x^2 - x}$$

$$f' = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x}} \cdot (x^2 - x)'$$

$$f' = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x}} \cdot 2x - 1$$

13

$$f' = 1 + \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x}} \quad \checkmark$$

ekstremi

$$f' = 0$$

$$1 + \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x}} = 0 \quad | \cdot 2\sqrt{x^2 - x}$$

$$2\sqrt{x^2 - x} + 2x - 1 = 0 \quad | ^2$$

$$\underline{4(x^2 - x) + (2x - 1)^2 = 0} \quad \times$$

$$4x^2 - 4x + (4x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$4x^2 - 4x + 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$8x^2 - 8x + 1 = 0 \quad | :$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 32}}{16} = \frac{8 \pm 5.6}{16}$$

$$x_1 = 0.85$$

$$x_2 = 0.15$$

$$y_1 = -0.02$$

$$y_2 = -0.02$$

MINIMUMI
ILI
MAKSIMUMI ?

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 (0.85, -0.02) \\ T_2 (0.15, -0.02) \end{array} \right.$$

ISPITATI EXSTREME
TABLICOM MONOTONOSTI