

IME I PREZIME: IVAN ŠIKIĆ

BROJ INDEKSA: 17-1-0014-2010

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili ksilica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

000x
61

Broj ↓
bodova
20 3

1. Riješiti jednadžbu: $\sqrt{2-5i} = z^4$.

2. Odrediti determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

det A = 0

20

3. Za logaritamsku funkciju $f(x) = \ln(x)$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

12A →

13

20

20

5

4. Gaussovom metodom riješiti sustav:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 6 \end{aligned}$$

5. Odrediti volumen paralelepipeda određenog vektorima $v_1 = (2, -1, 2)$, $v_2 = (-1, -1, -1)$ i $v_3 = (15, -5, 2)$.

20

1. $\sqrt{2-5i} = z^4$
 $2+5i = z^4$

$r = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$

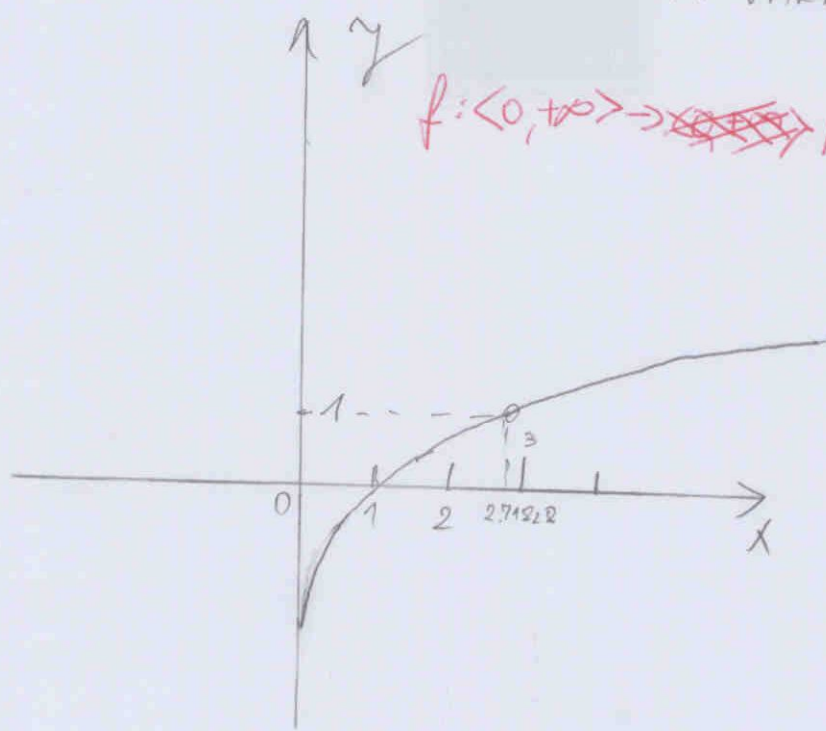
$\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{29}}$

$$2. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det A = -3 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} + 0 + 0 + 0 + 0$$

$$= -3 \cdot (-3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{vmatrix} + 0 + 0 + 0 = -3 \cdot (-3) \cdot (-3(2-9) - 0 + 3(-7)) = -3 \cdot (-3) \cdot (-3(2-9) - 0 + 3(-7)) = -3 \cdot (-3) \cdot (-3(21-21)) = 0 \quad \det A = 0 \quad \checkmark \quad \underline{20}$$

3. $f(x) = \ln(x)$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$, RASTUĆA, NIJE PERIODIČNA, NIJE NI PARNA NI NEPARNA, IMA INVERZ:



$f: \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \mathbb{R}$

13

$f(x) = e^x$,
 BIEKCIJA
 JE, ŠTO
 ZNAČI DA JE
 UJEDNO
 INJEKCIJA
 SURJEKCIJA
 NIJE NI INFINUM
 NI SUPREMUM

NIJE OGRANIČENA
 NITI ODOLDO NITI ODOLGO

GAUSS

4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & 2 & 6 \\ 8 & 5 & -3 & 4 & 12 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 6 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2:2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 4 & 3 & -1 & 2 & 6 \\ 8 & 5 & -3 & 4 & 12 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 6 \end{array} \right] \xrightarrow{\pm R + 4R_1} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 6 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 6 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 \rightarrow 3R_1} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 + R_2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 - 3R_2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 + \frac{1}{2}R_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{matrix} R_1 - 2R_4 \\ (-1) \\ \frac{1}{-2} \\ \frac{1}{2} \end{matrix}} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

PROVJERA

5

IME I PREZIME: IVAN ŠKIĆ

BROJ INDEKSA: 77-1-0014-2010

$$\begin{aligned} z - 5i &= r e^{i\varphi} \\ z + 5i &= r e^{i\psi} \end{aligned}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{29}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x} = -1.255$$

$$\operatorname{arctg} = 1.387 \checkmark$$

$$z_1 = 4 \sqrt{\quad}$$

3

z_2

z_3

z_4

5. $V_p = ?$

$$v_1 = (2, -1, 2)$$

$$v_2 = (-1, -1, -1)$$

$$v_3 = (15, -5, 2)$$

$$V = |v_1 \times v_2| \cdot v_3$$

$$V = \begin{vmatrix} + & - & + \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 15 & -5 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -2 & -5 \end{vmatrix} -$$

$$+ 1 \begin{vmatrix} -2 & 15 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 5 & 15 \end{vmatrix} =$$

$$= -14 + 13 + 40 = 39 \checkmark_{20}$$

PROVJERA

$$\begin{vmatrix} \cancel{2} & \cancel{-1} \\ -1 & -1 \\ \cancel{2} & \cancel{-1} \\ \cancel{2} & \cancel{-1} \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 15 \\ -5 \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+2 \\ -2+2 \\ -2-1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 15 \\ -5 \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 15 \\ -5 \\ 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 45 + 0 - 6 = 39 \checkmark$$

$$V = 39$$