

IME I PREZIME: JURE ŠVIČIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0043-2010

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

000

45

Broj ↓
bodova

~~20~~
20

1. Riješiti jednačinu: $\overline{2 - 5i} = z^4$.

2. Odrediti determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

det. A = 0

3. Za logaritamsku funkciju $f(x) = \ln(x)$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

VIDI ŠIKIĆ

~~20~~

4. Gaussovom metodom riješiti sustav:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 6 \end{aligned}$$

$x_1 = \frac{3}{4}$ $x_3 = -1$
 $x_2 = 1$ $x_4 = -\frac{1}{2}$

~~20~~
5

5. Odrediti volumen paralelepipeda određenog vektorima $v_1 = (2, -1, 2)$, $v_2 = (-1, -1, -1)$ i $v_3 = (15, -5, 2)$.

20

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 15 \\ -1 & -1 & -5 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 15 \\ -1 & -1 & -5 \end{vmatrix} = -4 + 15 + 10 + 30 - 10 - 2 = 39$$

$V = 39$ ✓ 20

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 2 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} = -6 + 27 = 21 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad 9 + 12 = 21$$

Zadatak 4.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & 2 & 6 \\ 8 & 5 & -3 & 4 & 12 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \frac{1}{2}R_1 \\ \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 4 & 3 & -1 & 2 & 6 \\ 8 & 5 & -3 & 4 & 12 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ R_2 - 4R_1 \\ R_3 - 8R_1 \\ R_4 - 3R_1 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ R_2 \cdot (-1) \\ R_3 + 3R_2 \\ R_4 + \frac{1}{2}R_2 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ R_3 \cdot \frac{1}{2} \\ R_4 - \frac{1}{2}R_3 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{matrix} R_1 - \frac{1}{2}R_4 \\ \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{matrix} R_1 + R_4 \\ \\ \\ \end{matrix}$$

zadatak 2.

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 & -3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 & + 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 & + 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \\
 & = 1 \cdot (-1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 0) - 2(2 \cdot 0) - 3(2 \cdot 0 + 3 \cdot 21) + 3(2 \cdot 0 + 3 \cdot 21) \\
 & = 0 - 0 - 189 + 189 = 0 \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

determinanta je nula!

20

Zadatak 4

$$\begin{pmatrix} 3/4 \\ 1 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

$x_1 = 3/4$

$x_2 = 1$

$x_3 = -1$

$x_4 = -1/2$

5

PROVJERA:

$$2 \cdot \frac{3}{4} + 2 \cdot 1 - (-1) + (-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2} + 3 - \frac{1}{2} = 1 + 3 = 4$$

$$4 \cdot \frac{3}{4} + 3 \cdot 1 - (-1) + 2 \cdot (-\frac{1}{2}) = 7 - 1 = 6$$

ODUSTALI STE U SRED PROVJERE

4. jednaciha

$$3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 =$$

$$3 \cdot \frac{3}{4} + 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-\frac{1}{2}) =$$

$$\frac{9}{4} + 3 + 2 - 1 = 6\frac{1}{4} \quad X$$