

IME I PREZIME: TIBOR MANDARIĆ

BROJ INDEKSA: 57661

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pišaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA OVOJ STRANICI I PREDLOŠCIMA ZA PISANJE KOJE MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

00x0

64

Broj ↓
bodova

1. Neka su z_1 i z_2 rješenja jednadžbe $z^2 + 3z + 3 = 0$. Izračunati vrijednost izraza $Re\left(\overline{z_1 - i} + \frac{|z_2|}{z_1 + i}\right) = ?$.

5 20

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

20

3. Za eksponencijalnu funkciju $f(x) = e^x$ nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.

19
20

4. Gaussovom metodom riješiti sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned} 5x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= -10 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= -10 \\ x_2 + x_3 &= 4 \end{aligned}$$

20

5. Odrediti da li točke $A(2, -1, 2)$, $B(1, 2, 1)$, $C(2, 3, 0)$ i $D(5, 0, -6)$ pripadaju istoj ravnini.

20

1. $z^2 + 3z + 3 = 0$

$$z_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{2}$$

$$z_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$z_{1,2} = \frac{-3 \pm 3i}{2}$$

$$z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$$

$$z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$\frac{1}{z_1 - i} + \frac{|z_2|}{z_1 + i} =$$

$$= \frac{1}{-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i - i} + \frac{|-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i|}{-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i + i} =$$

$$= \frac{1}{-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i} + \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{-\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i} =$$

$$= -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i + \frac{3\sqrt{2}}{-3+5i} \cdot \frac{-3-5i}{-3-5i} =$$

$$= -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i + \frac{3\sqrt{2}(-3-5i)}{9+25} =$$

$$\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot 2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

5

$$= -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i + \frac{-9\sqrt{2} - 15\sqrt{2}i}{34}$$

$$= \frac{-51 - 9\sqrt{2} - (17 + 15\sqrt{2})i}{34}$$

VIDI PUDELKO

$$Re = \frac{-51 - 9\sqrt{2}}{34} = -1.87$$

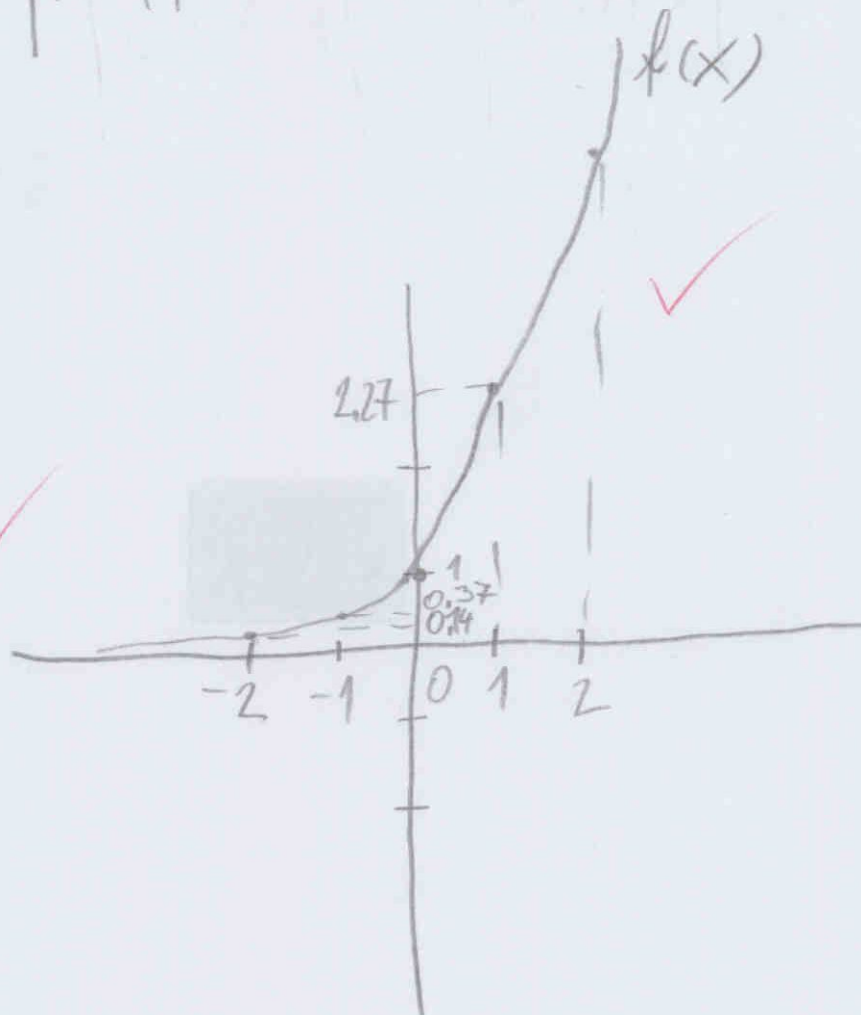
2.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \quad \checkmark$$

3. $f(x) = e^x$

$D(f) = \mathbb{R}$ ✓

$f(x) \in (0, +\infty)$ ✓



x	f(x)
-2	0.14
-1	0.37
0	1
1	2.72
2	7.39

NIJE PERIODIČAN ✓

NIJE PARAN NI NEPARAN ✓

NULA JE ^{NAJVEĆA} DONJA MEĐA ✓

GORNJE MEDE NEMA

FUNKCIJA JE BIJEKCIJA ✓

INVERZ JE $\ln x$ ✓

19

FUNKCIJA JE RASTUĆA

2.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

20

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

✓

IME I PREZIME:

TIBOR MANDARIĆ

BROJ INDEKSA:

57661

4

$$\left[\begin{array}{cccc|c} \boxed{5} & 1 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & -10 \\ -2 & -1 & 1 & 1 & -10 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} \cdot \frac{1}{5} \\ \cdot \frac{2}{5} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 5 & 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{6}{5} & \frac{11}{5} & -\frac{53}{5} \\ 0 & -\frac{3}{5} & \frac{7}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{44}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot 5 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 5 & 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -6 & 11 & -53 \\ 0 & -3 & 7 & 3 & -44 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} \cdot (-\frac{1}{4}) \\ \cdot (\frac{3}{4}) \\ \cdot (-\frac{1}{4}) \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 5 & 0 & \frac{10}{4} & -\frac{15}{4} & \frac{65}{4} \\ 0 & 4 & -6 & 11 & -53 \\ 0 & 0 & 3 & \frac{45}{4} & -\frac{335}{4} \\ 0 & 0 & \frac{10}{4} & -\frac{11}{4} & \frac{69}{4} \end{array} \right] \begin{array}{l} \cdot 4 \\ \cdot 4 \\ \cdot 4 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 20 & 0 & 10 & -15 & 65 \\ 0 & 4 & -6 & 11 & -53 \\ 0 & 0 & \boxed{12} & 45 & -335 \\ 0 & 0 & 10 & -11 & 69 \end{array} \right] \begin{array}{l} \cdot \frac{1}{2} \\ \cdot \frac{10}{12} \end{array}$$

VIDI PUDEJKO

$$\begin{aligned} 5. \quad A(2, -1, 2) & \quad \vec{AB} = (-1, 3, -1) \\ B(1, 2, 1) & \quad \vec{AC} = (0, 4, -2) \\ C(2, 3, 0) & \quad \vec{AD} = (3, 1, -8) \\ D(5, 0, -6) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AD} &= \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & 1 & -8 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 1 & -8 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 30 - 6 = 24 \end{aligned}$$

NE PRIPADAJU ISTOJ RAVNINI ✓

20