

MATEMATIKA 1: KOLOKVIJ 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pišaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PREDLOŠKU KOJI MOŽETE DOBITI OD NASTAVNIKA.

oooo
 (70)
 Broj ↓
 bodova

IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA:

- Riješiti jednadžbu: $\overline{1-i} = z^4 - (-i)^{113}$.
- Odrediti inverz i determinantu matrice:

3 20

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

(20)

- Za funkciju arkus tangens nacrtati graf i navesti: domenu, kodomenu, periodičnost, (ne)parnost, ograničenost, rast ili pad; da li je injekcija, surjekcija ili bijekcija; da li postoji inverz i ako postoji koja je to funkcija.
- Gaussovom metodom riješiti matrični sustav:

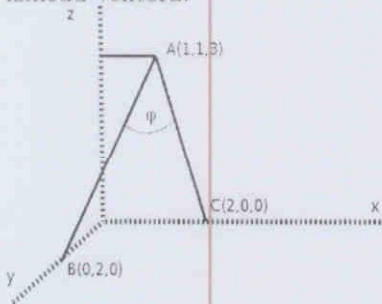
5 20

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(20)

- Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

(20)



IME I PREZIME:

Stipe Jurčina

BROJ INDEKSA:

17200132010

5

$$A(1,1,3)$$

$$B(0,2,0)$$

$$C(2,0,0)$$

$$V_1 = \vec{AB} = (0-1, 2-1, 0-3) = (-1, 1, -3) \checkmark$$

$$V_2 = \vec{AC} = (2-1, 0-1, 0-3) = (1, -1, -3) \checkmark$$

$$V_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$V_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\cos \angle(V_1, V_2) = \frac{V_1 \cdot V_2}{\|V_1\| \cdot \|V_2\|}$$

arccos

$$V_1 \cdot V_2 = 7 \checkmark$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} = -1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-3) \cdot (-3) = -1 - 1 + 9 = 7 \checkmark$$

$$\|V_1\| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-3)^2}$$

$$\|V_1\| = \sqrt{1+1+9}$$

$$\|V_1\| = \sqrt{11} \checkmark$$

$$\cos \angle(V_1, V_2) = \frac{7}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{11}} \checkmark$$

$$\cos \angle(V_1, V_2) = 0.6365 \checkmark$$

$$\arccos(V_1, V_2) = 0.88 \checkmark$$

20

$$\|V_2\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-3)^2}$$

$$\|V_2\| = \sqrt{1+1+9}$$

$$\|V_2\| = \sqrt{11} \checkmark$$

IME I PREZIME:

Stipe Jurčina

BROJ INDEKSA:

17200132010

$$\textcircled{S_1} \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & | & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 3 & | & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & | & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ R_2-R_1 \\ R_3-R_1 \\ R_4-R_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & | & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & | & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} a & d & c & b \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & | & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & | & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 2 & 0 & | & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_1-R_2 \\ \\ R_3-2R_2 \\ R_4-2R_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_1-R_3 \\ R_4-2R_3 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 2 & | & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{matrix} a \\ d \\ c \\ b \end{matrix}$$

PROJEKCIJA:

kolimstveno mjerenje

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \\ b &= \frac{1}{2} \\ c &= -\frac{1}{2} \\ d &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

20

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 + \frac{3-1}{2} = 2$$

$$1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 1 + \frac{3+3}{2} = 1 + \frac{6}{2} = 1 + 3 = 4 = 2$$

IME I PREZIME:

Stipe Jurčina

BROJ INDEKSA:

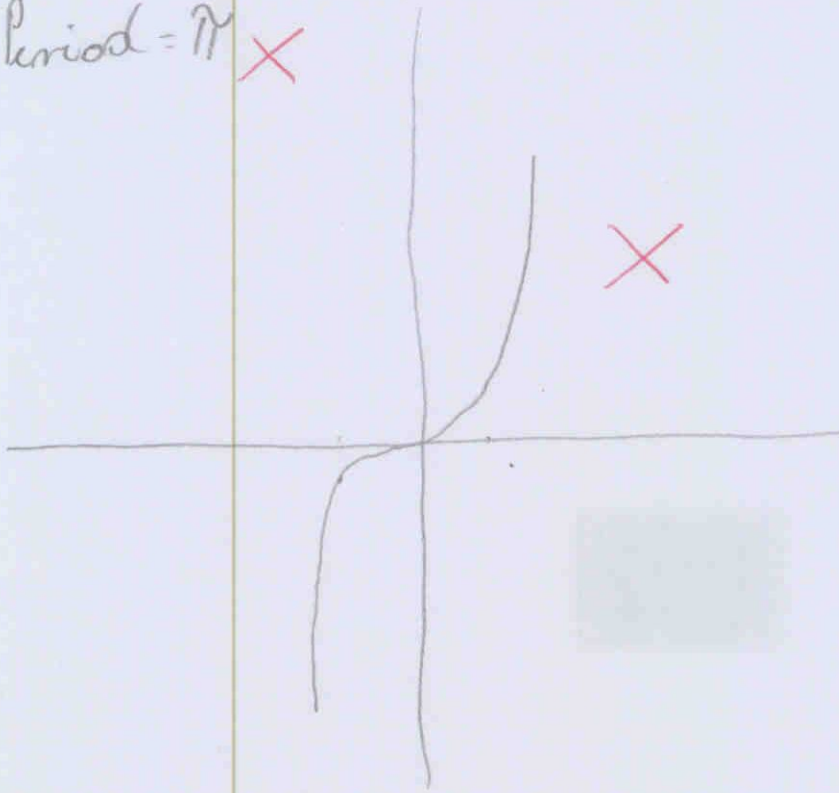
17200192010

Definicijsko područje = \mathbb{R} ✓

Kodomena $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ✓

5

Period = π ✗



VIDI BATUR.

Period je π ✗

Neparna funkcija ✓

Funkcija raste ✓

Funkcija je injektivna ✓

Nije surjektivna ✗ po riječi bijektivna ✗

Nema inverza ✗

① $\sqrt{-i} = z^5 = (-i)^{1/5} =$

$\sqrt{-i} = z^5 + i$

$1+i = z^5 + i$

$r = \sqrt{1^2 + 0^2} = r = 1 \checkmark$

$\rho = 0 \checkmark$

$z^5 = 1+i-i$

$z^5 = 1 \checkmark$

$z^5 = 1$

$k=0 \quad z_1 = \sqrt[5]{1} (\cos \frac{0}{5} + i \sin \frac{0}{5}) = 1 \checkmark$

$\cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$

$k=1 \quad z_2 = 1 \cdot (\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}) = (\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2})$

$k=2 \quad z_3 = 1 \cdot (\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}) = i$

$z_k = \sqrt[5]{1} (\cos \frac{0+2k\pi}{5} + i \sin \frac{0+2k\pi}{5})$

$k=3 \quad z_4 = 1 \cdot (\cos \frac{3\pi}{5} + i \sin \frac{3\pi}{5}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$

VIDI BATUR

② $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$0+0+0-(-3) = 0+3 = 3 \checkmark$

$3 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -3 \cdot (-1) = 3$

$1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \cdot 1 \cdot 3 = 3$

DETERMINANTA MATRICE JE 3. 5

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -3 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} R1 \cdot -\frac{1}{3}$

$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -1 & | & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} R1 + \frac{1}{3}R2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & | & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} R1 + \frac{1}{3}R3$

$-1 + \frac{1}{3} \cdot 2 = -1 + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$A \cdot A^{-1}$

PROVERA $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \checkmark$

15