

MATEMATIKA 3: Ispit traje 2 sata. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, kalkulator, indeks ili iksica i tablice Laplaceovi transformacija. Sav ostali pribor, formule, uređaji i bilješke zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Svim studentima u neposrednoj blizini zabranjenih predmeta prijeti isključenje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE NA OVAJ PAPIR.

IME I PREZIME: MARIO IVUŠA

BROJ INDEKSA: 54624

5

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu:

$$2f'''(t) + 2f''(t) = 0, \quad f(0) = f''(0) = 2, \quad f'(0) = 0.$$

2. Izračunati površinu plohe u obliku plašta stošca koja odgovara eksplicitnoj jednadžbi $x^2 + y^2 = z^2$ gdje je $1 \leq z \leq 3$.

3. Zadana je krivulja $r(t) = i \cos t + 4j \cos t + k \cos t$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Izračunati duljinu krivulje između točaka $r(0)$ i $r(\frac{\pi}{2})$.

4. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $x = 8 + y$.

5. Integracijom izračunati površinu trokuta ΔABC koji je zadan točkama $A(0, 0)$, $B(-1, 3)$ i $C(-2, 2)$.

①

$$f(t) = F(\lambda)$$

$$f'(t) = \lambda F(\lambda) - f(0) = \lambda F(\lambda) - 2 \quad \checkmark$$

$$f''(t) = \lambda^2 F(\lambda) - \lambda f'(0) - f''(0) = \lambda^2 F(\lambda) - \lambda \cdot 2 - 0 = \lambda^2 F(\lambda) - 2\lambda$$

$$f'''(t) = \lambda^3 F(\lambda) - \lambda^2 f''(0) - \lambda f'''(0) = \lambda^3 F(\lambda) - \lambda^2 \cdot 2 - \lambda \cdot 0 - 2 = \lambda^3 F(\lambda) - 2\lambda^2 - 2 \quad \checkmark$$

$$f(0) = 2 \quad \checkmark$$

$$f'(0) = 0 \quad \checkmark$$

$$f''(0) = 2 \quad \checkmark$$

$$2f'''(t) + 2f''(t) = 0$$

$$2(\lambda^3 F(\lambda) - 2\lambda^2 - 2) + 2(\lambda^2 F(\lambda) - 2\lambda) = 0$$

$$2\lambda^3 F(\lambda) - 4\lambda^2 - 4 + 2\lambda^2 F(\lambda) - 4\lambda = 0$$

$$2\lambda^3 F(\lambda) + 2\lambda^2 F(\lambda) = 4\lambda^2 + 4\lambda + 4$$

$$F(\lambda) (2\lambda^3 + 2\lambda^2) = 4\lambda^2 + 4\lambda + 4 \quad (\div: (2\lambda^3 + 2\lambda^2)) \quad \checkmark$$

$$F(\lambda) = \frac{4\lambda^2 + 4\lambda + 4}{2\lambda^3 + 4\lambda^2} = \frac{4\lambda^2 + 4\lambda + 4}{2\lambda^2(2\lambda + 2)} \quad \times$$

$$\frac{4\lambda^2 + 4\lambda + 4}{2\lambda^2(2\lambda + 2)} = \frac{A}{2\lambda^2} + \frac{B}{2\lambda} + \frac{C}{2\lambda + 2} \quad \checkmark$$

$$4\lambda^2 + 4\lambda + 4 = A(2\lambda + 2) + B \cdot 2\lambda(2\lambda + 2) + C \cdot 2\lambda^2$$

$$4\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 2A\lambda + 2A + 4B\lambda^2 + 4B\lambda + 2C\lambda^2 \quad \div: 2$$

$$2\lambda^2 + 2\lambda + 2 = 2B\lambda^2 + (A + 2B)\lambda + A$$

$$2\lambda^2 - 2\lambda + 2 = 2B\lambda^2 + (A + 2B)\lambda + A$$

$$2\lambda^2 - 2\lambda + 2 = (2B + C)\lambda^2 + (A + 2B)\lambda + A$$

$$2B + C = 2$$

$$A + 2B = 2$$

$$2 + 2B = 2$$

$$2B = 2 - 2$$

$$2B = 0 \quad \div: 2$$

$$B = 0$$

$$2 \cdot 0 + C = 2$$

$$C = 2$$

PREVIŠE GRESAKA

$$F(s) = \frac{A}{2s^2} + \frac{B}{2s} + \frac{C}{2s+2}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2s^2} + 0 \cdot \frac{1}{2s} + 2 \cdot \frac{1}{2s+2}$$

$$= \frac{1}{s^2} + \frac{2}{2(s+1)} = \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1}$$

A=2
B=0
C=2

$\frac{F(s)}{f(t)} = t + e^{-1t}$

$\hookrightarrow f(0) = 0 + 1 = 1 \neq 2$

$2f'(t) + 2f''(t) = 0 \checkmark$

5

POSTUPAK U REDU
PREVIŠE GREŠAKA
RJEŠENJE NIJE TOČNO.