MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, tablica osnovnih integrala, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. oooo

67

ZADATKE RIJEŠAVATE NA OVAJ PAPIR.

Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: IVAN KERO BROJ INDEKSA: 56434

1. Riješiti integrale:

   (a) $\int 3x^2 e^x \, dx$, 10

   (b) $\int \frac{x-1}{x^2+x-1} \, dx$. ∅

2. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(3,3)$, $B(0,1)$, $C(3,-1)$. ∅

3. Odrediti ekstreme funkcije: $f(x,y) = 5 + 3x - 4y - x^2 + xy - y^2$. 20

4. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y' + y = e^x$. 18

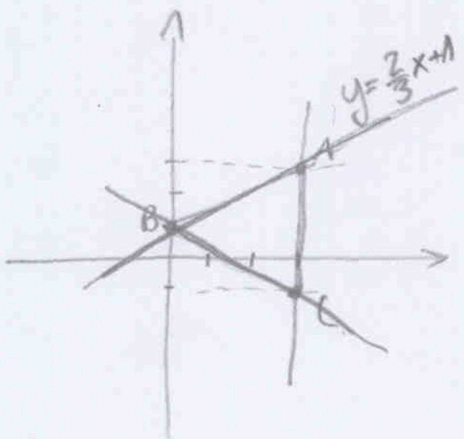
5. Razviti funkciju $f(x) = \sin\left(x^2 - 1\right)$ u Taylorov red oko točke $x_0 = 1$. Izračunati i izraziti aproksimaciju sa prva 4 člana. 19

OKRENI

IVAN KERO 36434

Zadatke riješavate JEDNOSTRANO na ovom papiru, ali na DRUGOJ strani. Na ovoj strani možete pisati, ali sve što ovdje napišete neće vam biti pregledano niti ocijenjeno.

(2) $A(3,3)$, $B(0,1)$ $C(3,-1)$



x	3	0
y	3	1

x	0	3
y	1	-1

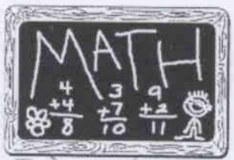
P=? Ø

(5) $f(x,y)=5+3x-4y-x^2+xy-y^2$

$f_x= 3-2x+y$

$f_y= -4+x-2y$

$3-2x+y=0 \Rightarrow y=2x-3$



$-4+x-2y=-4+x-2(2x-3)$

$-4+x-4x+6=0$

$-4-3x+6=0$

$-3x=-6+4$

$-3x=-2 \,/ :-3$

$x=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$

$T\left(\frac{2}{3}, -\frac{5}{3}\right)$

$f_{xx}=-2$ $A=-2$

$f_{xy}=1$ $B=1$

$f_{yy}=-2$ $C=-2$

$$\begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$=AC-B^2=4-1=3$

Ima ekstreme

$A=-2 \Rightarrow$ maximum.

$y=2x-3$

$y=\frac{2\cdot 2}{3}-3=\frac{4}{3}-3$

$y=\frac{4}{3}-\frac{9}{3}=-\frac{5}{3}$

$5+3x-4y-x^2+xy-y^2 = 5+3\cdot\frac{2}{3}-4\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)-\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)-\left(\frac{5}{3}\right)^2$

$=5+2+\frac{20}{3}-\frac{4}{9}-\frac{10}{9}-\frac{25}{9}$

$=\frac{45+18+60-4-10-25}{9}=\frac{84}{9}=\frac{28}{3}$

$MAX\left(\frac{2}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{28}{3}\right)$

20

IME I PREZIME: IVAN KERO BROJ INDEKSA: 56434

(4.) $y' + y = e^x$ $\quad y' + p(x) \cdot y = Q(x)$

$p(x) = 1$ $\quad \int p(x)\,dx = \int 1 \cdot dx = x$

$Q(x) = e^x$

$= e^{-x} \cdot \left[\int e^{x} \cdot e^x dx + C \right] =$ $\quad \int e^{x} \cdot e^{x} dx = \int e^{2x} \cdot dx = \frac{e^{2x}}{(2x)'} = \frac{1}{2} \cdot e^{2x}$

$$e^{-\int p(x)dx} \cdot \left[\int e^{\int p(x)dx} \cdot Q(x)\,dx + C \right]$$

$= e^{-x} \cdot \left[\frac{1}{2} e^{2x} + C \right] = \frac{1}{2} \cdot e^{2x-x} = \frac{1}{2} e^x + C$ $\quad = \frac{1}{2} e^x + C e^{-x}$

18

(5) $f(x) = \sin(x^2 - 1)$; $x_0 = 1$ prva 4 člana

$f(x) = \sin(1-1) = \boxed{0}$

$f'(x) = \sin(x^2-1)' = \cos(x^2-1) \cdot 2x = \cos(1-1) \cdot 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = \boxed{2}$

$f''(x) = \cos(x^2-1)' \cdot 2x + \cos(x^2-1) \cdot 2 = -\sin(x^2-1) \cdot 2x \cdot 2x + 2 \cdot \cos(x^2-1)$

$f''(x) = -\sin(x^2-1) \cdot 4x^2 + 2 \cdot \cos(x^2-1) = -\sin 0 \cdot 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = \boxed{2}$

$f'''(x) = \left(\underbrace{-\sin(x^2-1) \cdot 4x^2} + 2 \cdot \cos(x^2-1) \right)'$

$(-\sin(x^2-1) \cdot 4x^2)' = -\cos(x^2-1) \cdot 2x \cdot 4x^2 + (-\sin(x^2-1)) \cdot 8x =$

$= -\cos(1-1) \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 + 0 = -8 + 1 = -7$

$(2 \cdot \cos(x^2-1))' = \underbrace{2'}_{=0} \cdot \cos(x^2-1) + 2 \cdot -\sin(x^2-1) \cdot 2x$

$= \cos 0 = 1$

$= 0 + 2 \cdot \frac{(x-1)^1}{1!} + 2 \cdot \frac{(x-1)^2}{2} - \frac{7 \cdot (x-1)^3}{6} \ldots\ldots$

19