

MATEMATIKA 3: Ispit traje 2 sata. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i tablice Laplaceovi transformacija. Sav ostali pribor, formule, uređaji i bilješke zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Svim studentima u neposrednoj blizini zabranjenih predmeta prijeti isključenje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE NA OVAJ PAPIR.

IME I PREZIME: *Roko Lenkić*

BROJ INDEKSA: *55418-2007*

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu:

$$2f'''(t) + 2f''(t) = 0, \quad f(0) = f''(0) = 2, \quad f'(0) = 0.$$

2. Izračunati površinu plohe u obliku plašta stošca koja odgovara eksplicitnoj jednadžbi  $x^2 + y^2 = z^2$  gdje je  $1 \leq z \leq 3$ .

3. Zadana je krivulja  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} \cos t + 4\mathbf{j} \cos t + \mathbf{k} \cos t$ ,  $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ . Izračunati duljinu krivulje između točaka  $\mathbf{r}(0)$  i  $\mathbf{r}(\frac{\pi}{2})$ .

4. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama  $y = z^2$ ,  $y = 4$ ,  $x = 0$  i  $x = 8 + y$ .

5. Integracijom izračunati površinu trokuta  $\triangle ABC$  koji je zadan točkama  $A(0,0)$ ,  $B(-1,3)$  i  $C(-2,2)$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f'''(t)\} &= s^3 F(s) - s^2 f(0) - s f'(0) - f''(0) \\ &= s^3 F(s) - s^2 \cdot 2 - 0 - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= f''(0) = 2 \\ \mathcal{L}\{f'''(t)\} &= s^3 F(s) - 2s^2 - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f''(t)\} &= s^2 F(s) - s f(0) - f'(0) \\ &= s^2 F(s) - s \cdot 2 - 0 \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2 F(s) - 2s$$

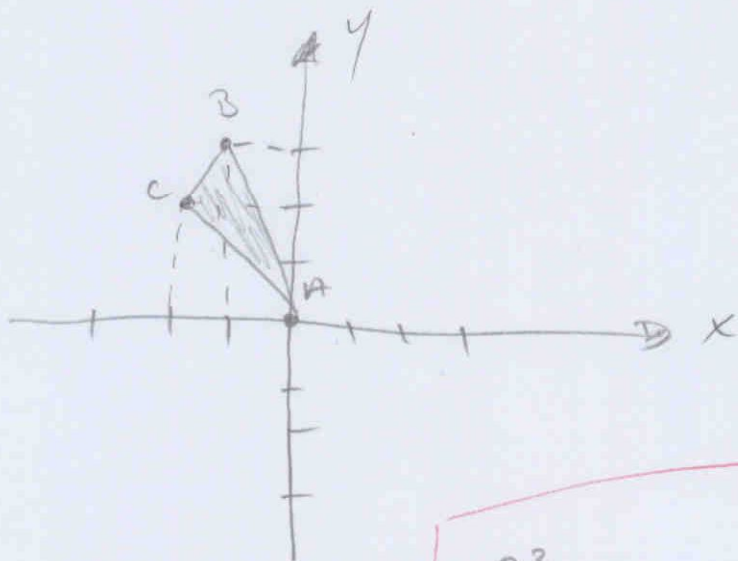
$$s^3 F(s) - s^2 + s^2 F(s) - s = 0 \quad \times$$

$$s^3 F(s) + s^2 F(s) = s^2 + s \quad | : (s^3 + s^2)$$

$$F(s) = \frac{s^2 + s}{s^3 + s^2} = \frac{1}{s^2} = t \quad \times$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s}$$





$$\iint_D (x+y) dx dy$$

?

$x_{min} = -2$

$x_{max} = 0$

$y_{min} = 0$

$y_{max} = 3$

$$\int_{-2}^0 \int_0^3 (x+y) dx dy$$

X



$$\begin{aligned}
 &= \int_{-2}^0 dx \int_0^3 (x+y) dy = \int_{-2}^0 dx \int_0^3 x dy + y dy \\
 &= \int_{-2}^0 dx \left( xy + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^3 = \int_{-2}^0 dx \left( x \left( \frac{9}{2} \right) + \frac{9}{2} \right) \\
 &= \int_{-2}^0 \left( x \left( \frac{9}{2} \right) + \left( \frac{9}{2} \right) \right) dx \\
 &= \int_{-2}^0 \left( x \left( \frac{9}{2} \right) + \left( \frac{9}{2} \right) \right) dx = \int_{-2}^0 \left( -3x + \frac{27}{2} \right) dx \\
 &= \int_{-2}^0 -3x dx + \frac{27}{2} dx = \int_{-2}^0 -3 \frac{x^2}{2} + \frac{27}{2} x = -3 \int_{-2}^0 \frac{x^2}{2} - \frac{27}{2} \int_{-2}^0 x \\
 &= -3 \left( \frac{x^3}{2} \right) \Big|_{-2}^0 - \frac{27}{2} \left( \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-2}^0 = -3 \left( \frac{8}{2} \right) - \frac{27}{2} (-2) \\
 &= -6 + \frac{54}{2} = -6 + 27 = 21
 \end{aligned}$$