

MATEMATIKA 3: Ispit traje 2 sata. Na klopama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i tablice Laplaceovi transformacija. Sav ostali pribor, formule, uređaji i bilješke zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Svim studentima u neposrednoj blizini zabranjenih predmeta prijeti isključenje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE NA OVAJ PAPIR.

IME I PREZIME: MARIKO ŽAORIJEV

BROJ INDEKSA: 53601

25

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačinu:

$$f'''(t) + f''(t) = \sin(2t), \quad f(0) = f''(0) = 1, \quad f'(0) = 0.$$

5

2. Neka je K kvadar ($0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3$) i ∂K rub te kocke. Izračunati plošni integral

$$\iint_{\partial K} x \, dydz + zy \, dx dz + xy \, dx dy$$

3. Zadan je trokut s vrhovima $A(2, 4)$, $B(-10, 5)$ i $C(0, -1)$. Izračunati

$$\oint_{\widehat{ABC}} (x^2 - y) \, dx + \sin(y^3) \, dy.$$

4. Izračunati integral funkcije $f(x, y) = \frac{2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ na krugu radijusa $r = 1$ sa središtem u ishodištu.

20

5. Izračunati površinu područja omeđenog krivuljama $y^2 - 2y - 1 + x = 0$ i $x + y + 2 = 0$.

1. $f'''(t) + f''(t) = \sin(2t), \quad f(0) = f''(0) = 1, \quad f'(0) = 0$

$$f'''(t) + f''(t) = \sin(2t)$$

$$f''(t) \rightarrow s^2 \cdot F(s) - s \cdot f(0) - f'(0)$$

$$f'''(t) \rightarrow s^3 \cdot F(s) - s^2 f(0) - s \cdot f'(0) - f''(0)$$

$$\sin(2t) \rightarrow \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$s^3 \cdot F(s) - s^2 - 1 + s^2 \cdot F(s) - s = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$F(s) \cdot (s^3 + s^2) = \frac{2}{s^2 + 4} + s^2 - s + 1$$

$$F(s) \cdot (s^3 + s^2) = \frac{s^2 + 4}{s^2 + 4} + \frac{s^2 - s + 1}{s^2 + 4}$$

$$F(s) = \frac{s^4 + s^3 + 5s^2 + 4s + 6}{s^2(s+1)(s^2+4)}$$

$$\frac{s^4 + s^3 + 5s^2 + 4s + 6}{s^2(s+1)(s^2+4)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s+1} + \frac{Ds+E}{s^2+4}$$

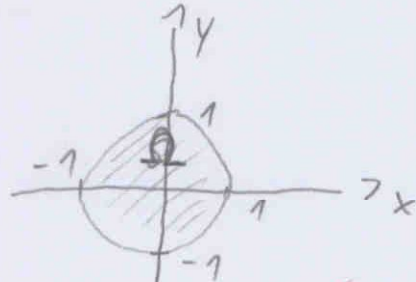
$$s^4 + s^3 + 5s^2 + 4s + 6 = A(s^4 + s^2 + 4s^2 + 4s) + B(s^3 + s^2 + 4s + 4) + C(s^4 + 4s^2) + D(s^4 + s^3) + E(s^2 + s^2)$$



5

④ $f(x,y) = \frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}}$ $dx dy$
 $\iint_D \frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$
 $x = r \cos \varphi$

$y = r \sin \varphi$



$\Rightarrow \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi}} \cdot r dr$ ✓

$= 2\pi \cdot \int_0^1 \frac{2}{r} \cdot r dr = 2\pi \cdot 2r \Big|_0^1$ ✓
 $= 4\pi$ ✓

20

⑦ NASTAVAK

$1 = A + B + D$

$1 = A + B + D + E$

$5 = 4A + B + C + E$

$4 = 4A + 4B \rightarrow A = A - B$?

$A = \frac{1}{2}$

$1 = -\frac{1}{2} + \frac{4}{3} + D$