

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisači pribor, tablica osnovnih integrala, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE NA OVAJ PAPIR.

ooxx

Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA: 56458

1. Riješiti integrale:

Ivan Mandićić

(a) $\int \frac{3y+5}{y^2-y} dy$

(b) $\int_1^2 2x e^x dx$

2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{x^3}$. Odrediti $\int_1^{+\infty} f(x) dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom

$$\int_1^{+\infty} f(x) dx.$$

3. Zadano je $f(x, y) = 5x^3y^2 - 9$. Izračunati tangencijalnu ravninu na graf funkcije $f(x, y)$ u točki $T(3, 1, z_0)$. Istražiti ekstreme funkcije $f(x, y)$.

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^3$

5. Zadana je funkcija $f(x) = \sin(x^2)$. Odrediti aproksimaciju funkcije sa prva 3 člana Taylorovog razvoja oko točke $x_0 = 0$.

① a) $\int \frac{3y+5}{y^2-y} dy = u \cdot v - \int v \cdot du$

$$u = 3y+5 \quad v = y^2 - y$$

$$du = 3 \quad dv = 2y - 1$$

$$= (3y+5)(2y-1) - \int 3(2y-1) dy = 6y^2 - 3y + 10y - 5 - \int 6y - 3 dy =$$

$$= 6y^2 + 7y - 5 - 6 \int y dy - \int 3 dy = 6y^2 + 7y - 5 - \frac{6}{2} \cdot \frac{y^2}{2} - 3y =$$

$$= 3y^2 + 4y - 5$$

④ $\int_1^2 2x e^x dx = 2 \int_1^2 x e^x dx = 2 \left(\frac{x^2 e^x}{2} \right)_1^2 = 2 \left[\frac{4e^2}{2} - \frac{e^1}{2} \right]$
 $= 2 \left[\frac{4e^2 - e^1}{2} \right] = 4e^2 - e^1$

④ $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^3$

$2 + \frac{2y}{x} = x^3$?

$\frac{2y}{x} = x^3 - 2 \quad | \cdot x$

$2y = x^4 - 2x \quad | : 2$

$y = \frac{x^4 - 2x}{2}$ X

⑤ $f(x) = \sin(x^2)$ $x_0 = 0$
 $f(0) = 0$

~~$f'(x) = \cos x^2 \cdot 2x$~~ ✓ ~~$f'(0) = 0$~~

~~$f''(x) = -\sin x^2 \cdot 2x + 2$~~

~~$f'''(x) = -\cos x^2 \cdot 2x \cdot 2$~~

~~$f^{(4)}(x) = \cos x^2 + \sin \cdot 2x$~~

~~$f'(x) = \cos x^2$~~ X $f'(0) = 1$

~~$f''(x) = -\sin x^2$~~ X $f''(0) = -0$

~~$f'''(x) = -\cos x^2$~~ X $f'''(0) = -1$

~~$f^{(4)}(x) = \sin x^2$~~ X $f^{(4)}(0) = 0$

~~$f^{(5)}(x) = \cos x^2$~~ X $f^{(5)}(0) = 1$

$\frac{f(x) - f(x_0)}{n} (x - x_0)^n$

$0 + \frac{1}{1!} (x-0)^1 - \frac{0}{2!} (x-0)^2 - \frac{1}{3!} (x-0)^3 + \frac{0}{4!} (x-0)^4 + \frac{1}{5!} (x-0)^5 =$

$= x - \frac{1}{6} (x)^3 + \frac{1}{120} (x)^5 + \dots$

2) $f(x) = \frac{1}{x^3}$

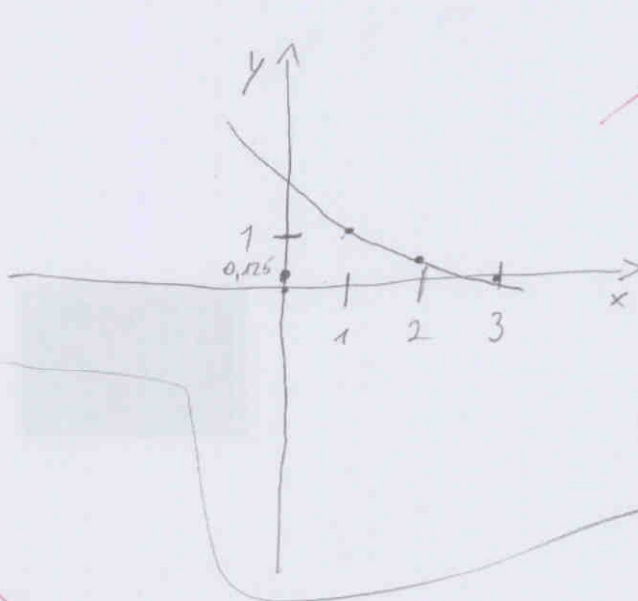
x	1	2	3
y	1	0,125	0,037

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = \frac{1}{1} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\int_1^{+\infty} f(x) dx = \int_1^0 \frac{1}{x^3} dx = \int_1^0 x^{-3} dx = \left(\frac{x^{-2}}{-2} \right)_1^0 = \left(\frac{0}{-2} - \frac{1}{-2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = (x^{-3})' = -3x^{-4}$$

$$f''(x) = 12x^{-5}$$



3) $f(x, y) = 5x^3 y^2 - 9$

$$f'(x) = 15x^2 y^2 \quad f'(y) = 10y x^3$$

$$f''(x) = 30x y^2 \quad f''(y) = 10x^3$$

$$f'''(x) = 30 y^2 \quad f'''(y) = 0$$

