

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, tablica osnovnih integrala, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljevanje s ispita.

x000

40

ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

IME I PREZIME: BARAĆ YUBICA

BROJ INDEKSA: 57713

1. Riješiti integrale:

~~(a) $\int \frac{u^2 - 3}{u^3 - 3u^2} dx$~~

(b) $\int_0^1 x^2 \sin(2x^3 - 3) dx$. 10

2. Odrediti površinu između krivulja $y = x + 4$ i $y = (x - 2)(x + 1) + 3$. 20

3. Riješiti diferencijalnu jednačbu: $y' + 3y + 4x^2 = 2$.

4. Riješiti diferencijalnu jednačbu: $y'' + 2y' = 2x$.

5. Zadana je funkcija $f(x, y) = (x - 1)^2 + y^2 - 9$. Prikazati funkciju pomoću razinskih krivulja, strelicama označiti smjer rasta funkcije. Pronaći lokalne ekstreme funkcije. 10

1. b) $\int_0^1 x^2 \sin(2x^3 - 3) dx$

$2x^3 - 3 = u \quad | \quad d$
 $6x^2 dx = du \quad | :6$
 $x^2 dx = \frac{du}{6}$

$= \int \sin(u) \cdot \frac{du}{6} =$

$= \frac{1}{6} \cdot \int_0^1 \sin u \cdot du =$

$= \frac{1}{6} \cdot \frac{\cos(u)}{(u)'} \Big|_0^1 = \frac{1}{6} \cdot \cos(u)$

$= \frac{1}{6} \cdot \cos(2x^3 - 3) \Big|_0^1$ ✓

$= \left(\frac{1}{6} \cdot \cos(2 \cdot 1^3 - 3) \right) - \left(\frac{1}{6} \cdot \cos(2 \cdot 0^3 - 3) \right) =$

$= \left(\frac{1}{6} \cdot \cos(-1) \right) - \left(\frac{1}{6} \cdot \cos(-3) \right) =$ ✓

$= \left(\frac{1}{6} \cdot 0.99 \right) - \left(\frac{1}{6} \cdot 0.99 \right) =$ 10

$= -0.165 + 0.165$

$= 0$

IME I PREZIME: BARAC YUBICA

BROJ INDEKSA: 57713

$$2. \frac{y = x+4}{y = (x-2)(x+1)+3}$$

$$y = x^2 + x - 2x - 2 + 3$$

$$y = x^2 - x + 1$$

① parabola
 $y = x^2 - x + 1$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

② pravac
 $y = x+4$

$$\begin{array}{l|l} x=0 & y=0 \\ y=4 & x=-4 \end{array}$$

③ napišite pravca i parabole

$$x+4 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$-x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{-2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-2}$$

$$\boxed{x_1 = -1} \quad \checkmark$$

$$\boxed{x_2 = 3} \quad \checkmark$$



$$P_1 = \int_{-1}^3 (x+4) dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} + 4x \right]_{-1}^3$$

$$= \left(\frac{3^2}{2} + 4 \cdot 3 \right) - \left(\frac{(-1)^2}{2} + 4 \cdot (-1) \right)$$

$$= \left(\frac{9}{2} + 12 \right) - \left(\frac{1}{2} - 4 \right)$$

$$= 16.5 - (-3.5)$$

$$= 16.5 + 3.5 = \boxed{20}$$

$$P_2 = \int_{-1}^3 (x^2 - x + 1) dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^3$$

$$= \left(\frac{3^3}{3} - \frac{3^2}{2} + 3 \right) - \left(\frac{(-1)^3}{3} - \frac{(-1)^2}{2} + (-1) \right)$$

$$= \left(\frac{27}{3} - \frac{9}{2} + 3 \right) - \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 1 \right)$$

$$= (9 - 4.5 + 3) - (-0.33 - 0.5 - 1) = 7.5 - (-1.83) = 9.33$$

$$P_3 = P_1 - P_2$$

$$P_3 = 20 - 9.33$$

$$\boxed{P_3 = 10.67}$$

20

IME I PREZIME:

BARAC YUBICA

BROJ INDEKSA:

57713

$$\begin{aligned} 5. f(x,y) &= (x-1)^2 + y^2 - 9 \\ &= x^2 - 2x + 1 + y^2 - 9 \\ &= x^2 - 2x + y^2 - 8 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 2$$

$$2x - 2 = 0$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$2y = 0$$

$$y = 0$$

$$T(1,0) \checkmark$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y$$

$$A = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (2x - 2) = 2$$

$$D = AC - B^2$$

$$D = 2 \cdot 2 - 0^2$$

$$B = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (2y) = 0$$

$$D = 4$$

↳ ekstrem

$$C = \frac{\partial^2}{\partial y^2} (2y) = 2$$

$$A > 0 \Rightarrow \text{minimum} \checkmark$$

10

$$T(1,0,-9)$$

RAZINSKE KRIVULJE?

IME I PREZIME:

BARAC JUBICA

BROJ INDEKSA: 57713

$$1. a) \int \frac{u^2-3}{u^3-3u^2} du$$

$$u^3-3u^2 = t/d$$

$$3u^2 - 6u du = dt$$

$$v = \int u^2 - 3 du$$

$$v = \frac{u^3}{3} - 3u$$

$$v = \frac{u^3 - 9u}{3}$$

$$v = \frac{u(u^2-9)}{3}$$

$$\int \frac{u^2-3}{u^3-3u^2} du = \frac{u^3-3u^2 \cdot \frac{u^3}{3} - 3u \cdot \frac{u^3}{3} - 3u \cdot 3u^2 - 6u du}{u^3-3u^2}$$

$$= u^3 - 3u^2 \cdot \frac{u^3}{3} - 3u - \frac{1}{3} \int u(u^2-9) \cdot 3u^2 - 6u du$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3u(u^2-9)$$

$$= u^3 - 3u^2 \cdot \frac{u^3}{3} - 3u - \int u(u^2-9) \cdot u^2 - 2u du$$

$$= u^3 - 3u^2 \cdot \frac{u^3}{3} - 3u - \int u^5 - 9u^3 - 2u du$$

$$= u^3 - 3u^2 \cdot \frac{u^3}{3} - 3u - \frac{u^6}{6} - 9 \cdot \frac{u^4}{4} - 2 \cdot \frac{u^2}{2}$$

$$= \frac{12u^3 - 4u^2 \cdot 4u^3 - 4u - 2u^6 - 108 \cdot 3u^4 - 12u^2}{12}$$

$$= \frac{1}{12} (12u^3 - 16u^5 - 4u - 2u^6 - 324u^4 - 12u^2)$$