

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pišaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljšavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

000x

20

IME I PREZIME: ANTE DUŠEVIĆ

BROJ INDEKSA: 57641

Broj ↓ bodova

1. Izračunati limese:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x - 3} - x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^{2x}$

2. Pokazati da li točke A(2, -1, -2), B(1, 2, 1), C(2, 3, 0) i D(5, 0, -6) pripadaju istoj ravnini.

3. Ispitati tok funkcije:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ . Ispitaj lokalne ekstreme.

4. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije:  $f(x) = \sqrt{4x - x^2} \ln(x - 2)$ .

20

20

40

20

1. a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x - 3} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 3} - x}{1} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 3} + x}{\sqrt{x^2 + 5x - 3} + x}$   
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x - 3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 5x - 3} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 3}{\sqrt{x^2 + 5x - 3} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2}} + 1} = \frac{5}{2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2+x}{x-2}\right)^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{x-2}\right)^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x-2}{x}}\right)^{2x}$   
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x-2}{x}}\right)^{2x \cdot \frac{x-2}{x} \cdot \frac{x}{x-2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x-2}{x}}\right)^{\frac{x-2}{x} \cdot 2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x-2}{x}}\right)^{2(x-2)}$   
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x \cdot x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x \cdot x}{x-2} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2$

4.  $f(x) = \sqrt{4x-x^2} \ln(x-2)$

$f(x) = 4x - x^2$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0}}{2 \cdot 4}$

$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1-0}}{8}$

$x_1 = \frac{-1+1}{8} = \frac{0}{8} = 0$

$x_2 = \frac{-1-1}{8} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$

$D[-\infty, 0] \cup [+\infty, -\frac{1}{4}]$  ?

$f'(x) = (\sqrt{4x-x^2})' \cdot \frac{1}{x-2} + (\sqrt{4x-x^2}) \cdot (\frac{1}{x-2})'$

$= \sqrt{4-2x} \cdot \frac{1}{x-2} + (\sqrt{4x-x^2}) \cdot \frac{0}{1-0}$

$= \frac{\sqrt{4-2x}}{x-2} + (\sqrt{4x-x^2}) \cdot 0$

$= \frac{\sqrt{4-2x}}{x-2}$

3.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

$f'(x) = \frac{1 \cdot (\sqrt{x^2+1})' - 1 \cdot (\sqrt{x^2+1})}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{0 \cdot (\sqrt{x^2+1}) - 1 \cdot \sqrt{2x+0}}{x^2+1}$

$= \frac{-1 \cdot \sqrt{2x}}{x^2+1}$

$f(x) = (x^2+1)^{-\frac{1}{2}}$

$f'(x) = -\frac{1}{2} (x^2+1)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2x$

$= -x (x^2+1)^{-\frac{3}{2}}$

$= \frac{-x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Domena

$x^2+1 > 0$

$x^2 > -1$

$x > \sqrt{-1}$  ?

$x =$



2.  $A(2, -1, -2)$

$B(1, 2, 1)$

$C(2, 3, 0)$

$D(5, 0, -6)$

$$AB = \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{vmatrix} \quad \checkmark$$

$$AC = \begin{vmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{vmatrix} \quad \checkmark$$

$$AD = \begin{vmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{vmatrix} \quad \checkmark$$

$$|AB \times AC| = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 \\ 3 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 4 - 0 \cdot 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 - 12 \\ 0 + 2 \\ -4 - 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -6 \\ 2 \\ -4 \end{vmatrix}$$

$$|AB \times AC| \cdot AD = \begin{vmatrix} -6 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & -4 \end{vmatrix} = -6 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + (-4) \cdot (-4) = -18 + 2 + 16 = 0 \quad \checkmark$$

PRIPADAJU ISTOJ RAVNINI

20