

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pišaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljevanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

OXOX

5

IME I PREZIME: *Ziko Kolega*

BROJ INDEKSA: *55849*

Broj ↓
bodova

1. Pronaći sve kompleksne brojeve z takve da vrijedi: $2 + 2i = \frac{z^3}{z^3 - i^{99}}$

20

2. Izračunati determinantu matrice:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

20

3. Ispitati tok funkcije: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$

40 **5**

4. Ispitati domenu, periodičnost, parnost i pronaći prvu derivaciju funkcije: $g(x) = \arctan(1 + \frac{1}{x})$

20

3.) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$

a) domena

$x^2 - 1 \neq 0$

$x^2 \neq 1$

$x_{1,2} = \pm 1$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ ✓

b) nultočke

$x=0 \quad y = \frac{0-4}{0-1}$

$y=4$

$A(0,4)$?

$y=0 \quad 0 = \frac{x^2-4}{x^2-1}$

c) parnost

$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 4}{(-x)^2 - 1} = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$

PARNA JE ✓

d) asimptote

Ver. a.

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$?

$x_{1,2} = \pm 1$ ✓

Hor. a.

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \stackrel{:x^2}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 1$ ✓

$y=1$ ✓

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^+} \right] = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^-} \right] = +\infty$

Kose a. ($y = kx + l$, $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$, $l = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$)

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \stackrel{:x^2}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \stackrel{:x^2}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{1-0}{1-0} = 1$

NEMA

KOSE ASIMPTOTE

Ekstremi ($f'(x) = 0$)

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \quad \underline{5}$$

$$f'(x) = 2x \cdot (x^2 - 1) - (x^2 - 4) \cdot 2x$$

$$f'(x) = 2x^3 - 2x - (2x^3 - 8x)$$

$$f'(x) = 2x^3 - 2x - 2x^3 + 8x$$

$$f'(x) = 6x = 0$$

$$x = \frac{0}{6} = 0$$

$$y = \frac{0 - 4}{0 - 1} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 - 1) - (x^2 - 4) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{6x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{6(x^2 - 1)^2 - 6x \cdot 2(x^2 - 1) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^4}$$

$$= \frac{6x^4 - 12x^2 + 6 - 24x^4 + 24x^2 - 6(3x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^4}$$

$$= \frac{-6(x^2 - 1)(3x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^4}$$

$$= -\frac{6(3x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^3}$$

$E(0, 4)$ ~~MAX~~
MIN

$f''(x) \neq 0$ jer
 $3x^2 + 1 \neq 0$

$-\infty \quad -1 \quad 1 \quad +\infty$

x				
$f''(x)$	-	+	-	
$f(x)$	↪	↻	↻	

$$f'(x) = 6x$$

$$f'(-2) = 6 \cdot (-2) = -12$$

$$f'(-\frac{1}{2}) = 6 \cdot (-\frac{1}{2}) = -3$$

$$f'(\frac{1}{2}) = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

$$f'(2) = 6 \cdot 2 = 12$$



x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	+	+	
$f(x)$	↪	↪	↘	↘	

↓ ↓ ↗ ↗

