

**pretpostavka:**  $f$  je ograničena na  $[a, b]$  i  $R$  razdioba tog segmenta na  $n$  dijelova

**donja Darbouxova suma:**  $s(f; R) = \sum_{i=1}^n m_i d_i \geq (b-a) \inf_{[a,b]} f$

**gornja Darbouxova suma:**  $S(f; R) = \sum_{i=1}^n M_i d_i \leq (b-a) \sup_{[a,b]} f$

**postoji\_gornji Darbouxov integral:**  $G_f = \inf \{S(f; R) : R \text{ je razdoba segmenta } [a, b]\}$

**postoji\_donji Darbouxov integral:**  $D_f = \sup \{s(f; R) : R \text{ je razdoba segmenta } [a, b]\}$

(**Definicija određenog integrala**) Ako je su gornji i donji Darbouxov integral jednaki tada kažemo da je ograničena funkcija  $f$  integrabilna na segmentu  $[a, b]$  u Darbouxovom smislu i pišemo

$$\int_a^b f(x) dx = G_f = D_f$$

$\int_a^b f(x) dx$  nazivamo određeni integral od  $a$  do  $b$  funkcije  $f$  i on predstavlja površinu od  $x$ -osi do grafa funkcije.

Definiramo još:  $\int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx$

(**Osnovna svojstva određenog integrala**) Ako je  $f$  integrabilna na  $[a, b]$  tada je:

1.  $f$  integrabilna na svakom podsegmentu

2.

$$(b-a) \inf_{[a,b]} f \leq \int_a^b f(x) dx \leq (b-a) \sup_{[a,b]} f$$

3.

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad c \in [a, b]$$

(**Osnovni teorem integralnog računa**) Ako je zadana neprekidna funkcija  $f$  na segmentu  $[a, b]$  tada:

1.  $f$  je integrabilna,

2. postoji neki  $c \in [a, b]$  tako da

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx,$$

3. postoji neprekidno derivabilna funkcija na  $[a, b]$  zadana sa

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt,$$

4.  $F$  je primitivna funkcija od  $f$ , odnosno  $F'(x) = f(x)$ ,

5. za svaku  $F$  primitivnu funkciju od  $f$  vrijedi

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Gore navedeni teorem (uz izbačenu 2. tvrdnju i sitne korekcije) vrijedi i za funkcije sa konačno i prebrojivo mnogo prekida na segmentu.